

# Matematikus, alkalmazott matematikus és BPM MSc

*Szakkolgozati témajavaslatok*

*2020/2021*

Természetesen nemcsak a fősorolt témákról lehet szakkolgozatot írni: a témavezetővel való személyes egyeztetés után egyéb témakörök is szóba jöhetnek. A Biztosítási és Pénzügyi Matematika MSc-n további témajavaslatok is lesznek

---

## Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

---

### 1. *Téma:* **Bayesi modell átlagolás**

*Témavezető:* Arató Miklós

*Rövid leírás:* A bayesi modell átlagolás és faktorösszevonás (factor collapsing) statisztikához, adatbányászathoz és clusterezéshez kapcsolódó módszer. Mind folytonos, mind diszkrét változók esetén alkalmazható, amikor nagyszámú magyarázó változónk van.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Hu, S., O'Hagan, A., and Murphy, T. B.: Motor insurance claim modelling with factor collapsing and Bayesian model averaging, *Stat*, 7: e180. doi: 10.1002/sta4.180, (2018)

[2] Hoeting, JA, Madigan, D, Raftery, AE & Volinsky, CT: Bayesian model averaging: a tutorial, *Statistical Science*, Vol. 14(3), 382-417, (1999)

*Szak:* Biztosítási és pénzügyi Matematika MSc, aktuárius szakirány, Matematikus MSc, Alkalmazott Matematikus MSc

### 2. *Téma:* **Frakcionális Brown-mozgásra épülő volatilitási modellek**

*Témavezető:* Backhausz Ágnes

*Rövid leírás:* Az utóbbi években a pénzügyi modellezésben egyre népszerűbbek az úgynevezett „rough volatility” modellek. Ezek a sztochasztikus volatilitást feltételező modellek általánosításainak tekinthetők, amikor a volatilitásra vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletben a Brown-mozgás helyett frakcionális Brown-mozgás jelenik meg. Ezen modellek létjogosultságát főként a magas frekvenciájú kereskedés megértése adja, hiszen ebben az esetben a volatilitást is pontosabban kell modellezni.

A feladat a frakcionális Brown-mozgásra épülő sztochasztikus differenciál-egyenletek, volatilitási modellekkel kapcsolatos szakirodalom feldolgozása, illetve néhány kapcsolódó számítógépes szimuláció készítése.

*Ajánlott irodalom:*

[1] J. Gatheral, T. Jaisson, M. Rosenbaum: Volatility is rough. Kézirat. arXiv:1410.3394.

[2] L. Bergomi and J. Guyon: Stochastic volatility's orderly smiles. Risk May, pp. 60–66, 2012.

*Szak:* biztosítás- és pénzügyi matematika, pénzügyi matematika szakirány

### 3. **Téma: Képszegmentációs algoritmusok és matematikai hátterük**

*Témavezető:* Backhausz Ágnes (ELTE TTK), Szirányi Tamás (SZTAKI)

*Rövid leírás:* A képszegmentációs algoritmusok célja, hogy egy fénykép különböző egységeit különböző osztályokba soroljuk be. Például egy műholdképen szerepelhet erdő, szántó, lakott terület, vízfelület, vizes élőhely stb. A cél korábban elkészített és osztályozott felvételek alapján egy új kép egységeit (például a képpontjait) automatikusan kategóriákba sorolni úgy, hogy annak valószínűsége, hogy egy egység a saját valódi osztályába kerül, a lehető legnagyobb legyen.

A feladat ilyen képszegmentációs eljárások elemzése, például annak megértése, hogy mennyi az a minimális információmennyiség, ami elegendő az osztályozás megfelelő szinten való elvégzéséhez, vagyis legalább hány képet kell előzetesen készíteni és osztályozni. Kapcsolódó kérdés, hogy mennyivel javul az eljárás pontossága, ha ennél több adatot gyűjtünk. A feladatba beletartozik

- bizonyos képszegmentációs algoritmusok megismerése;
- a véletlen Markov-mezők fogalmának és alapvető tulajdonságainak megismerése;
- a feladat statisztikai, információelméleti hátterének elemzése: bizonyos eloszlásokat feltételezve hogyan változik a rendelkezésre álló hasznos információ;
- az algoritmusokban használt főkomponens-analízis lépés elemzése: ennek során egy többdimenziós normális eloszlású vektor összes koordinátája helyett egy jóval kisebb dimenziós, viszont a lényeges információ nagy részét leíró másik vektort vizsgálunk – kérdés, hogy ez milyen feltételek mellett, mennyire jól működik.

Mindez részben elméleti módszerekkel, részben saját számítógépes szimulációk készítésével, részben valós adatok feldolgozásának segítségével valósul meg.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Szirányi, T ; Shadaydeh, M Segmentation of remote sensing images using similarity-measure-based fusion-MRF model IEEE GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING LETTERS 11 : 9 pp. 1544-1548. Paper: 6730687 , 5 p. (2014)

[2] Benedek, Csaba ; Shadaydeh, Maha ; Kato, Zoltán ; Szirányi, Tamás ; Zerubia, Josiane Multilayer Markov Random Field Models for Change Detection in Optical Remote Sensing Images ISPRS JOURNAL OF PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING 107 pp. 22-37. , 16 p. (2015)

[3] Shadaydeh, M ; Zlinszky, A ; Manno-Kovács, A ; Sziranyi, T Wetland mapping by fusion of airborne laser scanning and multi-temporal multispectral satellite imagery INTERNATIONAL JOURNAL OF REMOTE SENSING 38 : 23 pp. 7422-7440. , 19 p. (2017)

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus mesterszak

#### 4. *Téma: Véletlenített minimax fedések*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* A síkon egy területet szeretnénk úgy megfigyelni, hogy néhány szenzort elhelyezünk rajta. Azonban tudjuk, hogy ezek függetlenül bizonyos  $p$  valószínűséggel meghibásodhatnak. A szenzoroknak egy konfigurációját aszerint értékeljük ki, hogy mi az a távolság, amin belül a tér minden pontjához már találunk egy szenzort. Szeretnénk ennek a távolságnak a várható értékét minimalizálni, amikor a szenzorok meghibásodhatnak.

Ha a megfigyelendő terület egy dimenziós, egy szakasz, azt elég jól értjük, illetve nemrég egy MSc dolgozatban a téma néhány további problémája feldolgozásra került. Számos kérdés azonban vizsgálatra érdemes, az alábbiakból néhányat válogatva lehetne folytatni a kutatást (ez tág választék, nem egyetlen MSc-be kell beleférjen):

- 1) Szabályos mintázatok esetén csak a négyszögrácsot vizsgálták. Mi a helyzet háromszög- vagy hatszögrács vagy egyéb esetekben?
- 2) A numerikus eredményeket elméleti becslésekkel is jó lenne megtámogatni.
- 3) A véletlen mintázatok szimulációs kiértékelésénél (Monte-Carlo algoritmus) érdekes lenne összevetni a „rossz eseteknél” (pl. amikor minden szenzor ugyanabba sarokba kerül), hogy milyen gyakran fordul elő, cserébe mennyiben járul hozzá a várható értékhez.

4) Véletlen mintázatok kialakításához nem csak a függetlenül elhelyezett szenzorok jönnek szóba, ennél rafináltabb ötletek mentén is el lehet indulni.

5) Hatékony elrendezés keresésére jobb és gyorsabb eljárás keresése is nyitott feladat.

*Ajánlott irodalom:*

[1] P Frasca, F Garin, B Gerencsér, JM Hendrickx, One-dimensional coverage by unreliable sensors, SICON 2015

[2] [http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema\\_AppliedMathematics\\_EWI.pdf](http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema_AppliedMathematics_EWI.pdf)

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 5. **Téma: Véletlen permutációk és feltételesen konvergens sorok**

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* Ez egy félig valszámos, félig analízis téma. Az alapkérdés az, hogy egy feltételesen konvergens sort mikor tesz divergenné egy permutáció (vagy mikor változtatja meg a limeszt), és itt mi a sorok és a kapcsolódó permutációk struktúrája.

Itt meg lehetne nézni különböző véletlen permutációk esetét. Kiindulva független  $X_n \sim N(n, \sigma_n)$  változókból, a kapott értékek sorrendje megadja a természetes számok egy permutációját. Ez eléggé „lokális” permutáció lesz, talán 1 valószínűséggel minden sort békén hagy, ha  $\sigma_n$  elég gyorsan lecsengő. Sőt, lehetne a sor is véletlen meg a permutáció is, itt mit mondhatunk?

*Ajánlott irodalom:*

[1] R P Agnew, Permutations preserving convergence of series, Proceedings of the American Mathematical Society, 1955

[2] G Tusnády, On rearrangements of infinite series, Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eotvos Nominatae 1966

[3] B Gerencsér: On convergence sets of conditionally convergent series, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 2011

*Szak:* matematikus

## 6. **Téma: Keverés a szakaszon bővített lehetőségekkel**

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* A motiváció abból fakad, hogy most már mindenütt elosztott számítógépes és szenzor hálózatok dolgoznak, ahol a frissen megjelenő adatot hatékonyan teríteni kell az egész rendszeren. Ennek egy egyszerűsített (cserébe precíz) változatát tekintjük.

Egy  $n$  csúcsú vonal gráfon helyezkednek el a „szenzorok”, mindegyik egy-egy bemeneti adattal, a feladat ezek átlagának kiszámolása közösen. Alapesetben minden lépésben az egységek prezentálják pillanatnyi értéküket a szomszédoknak, majd a látottnak veszik egy sima függvényét és ez alapján frissítik

a saját adatukat. Ismert, hogy ez esetben legalább  $n^2$  nagyságrendű lépésre van szükség.

Kérdés, lehet-e ezen gyorsítani, ha kevésbé korlátozzuk az egységeket? Többek között a következő lehetőségek merülnek fel:

- a) Minden szenzor még néhány bitre vagy néhány valós számra való memóriával rendelkezik.
  - b) Eltérő üzenet küldése a két irányba.
  - c) A szenzorok az elmúlt  $k$  értékre emlékezve határozhatják meg a jelenlegit.
  - d) A frissítésre használt függvény lehet nem sima vagy nem folytonos.
- Az átlagolás bizonyosan elérhető  $\approx n$  lépésben ha  $a) + b)$ -t megengedjük vagy  $d)$  extrém esetében (ha pl. nem is mérhető).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A Olshevsky, J N Tsitsiklis, A lower bound for distributed averaging algorithms on the line graph, IEEE CDC 2010
- [2] S Boyd, P Diaconis, L Xiao, Fastest mixing Markov chain on a graph, SIAM review, 2004
- [3] S Boyd, P Diaconis, J Sun, L Xiao Fastest mixing Markov chain on a path, The American Mathematical Monthly, 2006

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 7. *Téma: Az érdekes sztochasztikus korreláció modelljének paraméterbecslése gépi tanulással* (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Márkus László

*Rövid leírás:* Egyes pénzügyi eszközök árainak illetve értékeinek összefüggése, korrelációja a tapasztalatok szerint időfüggő, de ezen túlmenően véletlenszerűen, sztochasztikusan is változik. Ez a felismerés az utóbbi kb. öt-tíz év modellezési gyakorlatát is megváltoztatta, árak együttes modelljeiben megjelent egy sztochasztikus folyamat az összefüggés leírására, melyet sztochasztikus korrelációnak hívnak. Ezzel a megközelítéssel a valóságban is megfigyelhető farokösszefüggésekhez lehet jutni, ami jól tükrözi a modellben, hogy extrémebb kereskedési időszakokban sokkal erősebben összefüggenek, szinkronizáltabbak az árfolyamok. Statisztikai bizonyítékok szerint a sztochasztikus korreláció folyamat egyes részvényárak esetén érdekes trajektóriákkal rendelkezik, melynek leírásában frakcionális differenciálegyenletek is szerepelnek. Ezek becslése a szokásos statisztikai eszköztáron belül legtöbbször csak nagyon összetett algoritmusokkal oldható meg, és ezért hasznos lehet alternatív megközelítést alkalmazni. A szakdolgozat célja: A jelen dolgozatban deep

learning elvű gépi tanuláson alapuló eljárást szeretnénk kidolgozni, a sztochasztikus volatilitás becslésére meglévő eljárás nyomán. Ettől várjuk egy megfelelő érdes sztochasztikus korreláció modell illesztését, amely valóságghű eredményeket nyújt.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Beck, C., Becker, S., Grohs, P., Jaafari, N. and Jentzen, A. (2018. June 4). Solving stochastic differential equations and Kolmogorov equations by means of deep learning. arXiv:1806.00421
- [2] Grimm, L., Haynes, J., and Schmitt, D. (2017. June). Estimating Stochastic Volatility: The Rough Side to Equity Returns. *Decisions in Economics and Finance* 42, 449-469, (2019)
- [3] Han, J., Jentzen, A., and E, W. Solving high-dimensional partial differential equations using deep learning. *Proceedings of the Academy of Sciences of the United States of America* August 21, 115 (34), 8505-8510, 2018.
- [4] Horvath, B., Muguruza, A., and Medhi, T. Deep Learning Volatility. arXiv:1901.09647v2 [q-fin.MF] 22 Aug 2019

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**8. Téma: Az ajánlati könyv modellezése összetett Hawkes-folyamatokkal**  
(a téma már foglalt)

*Témavezető:* Márkus László

*Rövid leírás:* Az ajánlati könyv dinamikájának vizsgálata a pénzügyi matematika aktív kutatási területe, nem kis részben a nagyfrekvenciás kereskedés általános elterjedésének köszönhetően. A modellezés rendszerint pontfolyamatok segítségével történik, e téren a Hawkes-folyamatokat viszonylag széles körben használják. A Hawkes-folyamatok alapvető hiányossága azonban, hogy csak az ajánlatok beérkezési idejét írják le. Ennek következtében az utóbbi években a többdimenziós, illetve összetett Hawkes-folyamatok kerültek a kutatások fókuszába, ami lehetővé teszi az ajánlott ár értékének bevonását is a vizsgálatokba. A szakdolgozat célja a vonatkozó szakirodalom áttekintése, a kapcsolódó eredmények bemutatása, illetve a kutatás folytatása a hallgató érdeklődésének megfelelően.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Swishchuk, A., Chavez-Casillas, J., Elliott, R. and Remillard, B.: Compound Hawkes processes in limit order books. arXiv:1712.03106 [q-fin.MF], 26 pages (2017)
- [2] Bacry, E., Mastromatteo, I. and Muzy, J.-F.: Hawkes processes in finance. arXiv:1502.04592v2 [q-fin.TR] 48 pages (2015)
- [3] Laub, P., Taimre, T. and Pollett, P.: Hawkes Processes. arXiv:1507.02822v1[math.PR], 28 pages (2015)

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**9. Téma: Atlasz modell**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Ichiba T, Papathanakos V, Banner A, Karatzas I and Fernholz R (2011), "Hybrid Atlas models", Ann. Appl. Probab.. Vol. 21(2), pp. 609-644.

[2] Banner AD, Fernholz R and Karatzas I (2005), "Atlas models of equity markets", Ann. Appl. Probab.. Vol. 15(4), pp. 2296-2330.

[3] Fernholz R (2001), "Equity portfolios generated by functions of ranked market weights", Finance Stoch.. Vol. 5(4), pp. 469-486.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**10. Téma: Érzékenységszámítás Malliavin kalkulussal**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Egy származtatott termék árának függése a különböző modell paramétereiktől fontos mennyiség a pénzügyi matematikában. Ezeknek az érzékenységeknek a számítása a legegyszerűbb modellektől eltekintve Monte-Carlo módszerekkel történik. A naív numerikus deriválás helyett bizonyos modellekben lehet ügyesebben is számolni. A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése. Lehetőség van a megismert módszerek implementálására, hatékonyságuk numerikus vizsgálatára.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., and Lions, P.-L. (2001). Applications of Malliavin calculus to Monte-Carlo methods in finance. II. Finance Stoch., 5(2):201–236.

[2] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., Lions, P.-L., and Touzi, N. (1999). Applications of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in finance. Finance Stoch., 3(4):391–412.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

**11. Téma: Bennfentes információ modellezése filtrációbővítéssel**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Matematikailag a bennfentes információt, azaz az árfolyam alakulására vonatkozó plusz információt, filtráció bővítéssel lehet modellezni. A filtráció bővítésével az árfolyamat szemimartingál felbontása megváltozhat. Ennek eredményeként bennfentes kereskedő által elérhető utility magasabb lehet, mint a közönséges befektető által elérhető. Bizonyos esetben, de nem mindig, arbitrázs lehetőség is kialakulhat.

A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése, az árfolyamat felbontásának kiszámítása egyszerűmodellekben, ill. bizonyos típusú bővítések esetében.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Amendinger, J., Imkeller, P., and Schweizer, M. (1998). Additional logarithmic utility of an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 75(2):263–286.

[2] Imkeller, P., Pontier, M., and Weisz, F. (2001). Free lunch and arbitrage possibilities in a financial market model with an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 92(1):103–130.

[3] Imkeller, P. (2003). Malliavin’s calculus in insider models: additional utility and free lunches. *Math. Finance*, 13(1):153–169. Conference on Applications of Malliavin Calculus in Finance (Rocquencourt, 2001).

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

## 12. *Téma: Modern statisztikai módszerek, alkalmazások*

*Témavezető:* Pröhle Tamás

*Rövid leírás:* A jelentkező hallgatók érdeklődésének megfelelő, szabadon választott statisztikai téma

*Ajánlott irodalom:* Tipikusan angol nyelvű cikkek

*Szak:* alkalmazott matematikus

## 13. *Téma: Implied volatility and inverse neural networks*

*Témavezető:* Tikosi Kinga (Rényi Intézet), belső konzulens: Zempléni András (a téma már foglalt)

*Rövid leírás:* Az inverz neurális hálók új témakör a mesterséges intelligencia területén belül. A szakdolgozatban ennek lehetséges pénzügyi alkalmazását kellene megvizsgálni. A probléma például az implied volatility kiszámítása lenne. A lényeg az, hogy arra tanítunk meg egy neurális hálót, hogy adott műhöz és szigmához generáljon Black-Scholes trajektoriakat, majd képezzük ennek az inverz neurális hálóját és azt használjuk arra, hogy egy létező folyamatról megmondja a szigmát.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Roger W. Lee: *Implied Volatility: Statics, Dynamics, and Probabilistic Interpretation*, Recent Advances in Applied Probability, Springer 2004

[2] Rüdiger Frey: *Lecture Notes, Continuous-Time Finance*, 2016

[3] Aravindh Mahendran, Andrea Vedaldi: *Understanding Deep Image Representations by Inverting Them*

*Szak:* alkalmazott matematikus



**14. Téma: Valuating complex structured derivatives by machine learning algorithms**

*Témavezető:* Farkas Zénó , MSCI, belső konzulens: Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* A Monte Carlo alapú módszerek bevált megoldást jelentenek komplex strukturált származtatott termékek árazására azokban az esetekben, amikor a probléma nem oldható meg analitikusan. Azonban a Monte Carlo alapú árazás és érzékenység számítás jellemzően jelentős számítási kapacitást igényel, különösen akkor, amikor a kifizetési függvény nem folytonos. A gépi tanuláson alapuló algoritmusok versenyképes alternatívát jelenthetnek azáltal, hogy megközelítik vagy elérik a Monte Carlo módszerek pontosságát és az analitikus megoldások számítási sebességét. A diplomamunka célja, hogy megvizsgálja a gépi tanuláson alapuló algoritmusok pontosságát és hatékonyságát a leggyakrabban kereskedett strukturált származtatott termékek árazására alkalmazva.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus

**15. Téma: Multi-factor Cheyette term structure models in the negative interest rate environment**

*Témavezető:* Scheuer Gergely, MSCI, belső konzulens: Michaletzky György

*Rövid leírás:* A Cheyette (1992) kamatláb modellosztály nagy népszerűségnek örvend a modellezők körében. Andreasen (2005) modellje egy többfaktoros, sztochasztikus volatilitással rendelkező kiegészítése a Cheyette modellnek, aminek célja a teljes swaptions és cap univerzumhoz való hatékony kalibráció. Bár a modellnek több jó tulajdonsága is van, a fejlett piacokon terjedő negatív kamatlábakkal eredeti formájában nem kompatibilis. Chibane és Law (2013) egy kvadratikus volatilitás kiegészítést javasolnak a Cheyette modellhez, de munkájukban egy egyfaktoros modellre koncentrálnak. A diplomamunka célja, hogy áttekintse a Cheyette modell osztállyal kapcsolatos szakirodalmat, javasoljon kiegészítéseket az ismert többfaktoros Cheyette modellekhez, melyek jól teljesítenek a negatív kamatkörnyezetben, és elemezze ezen modellek tulajdonságait, teljesítményét.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Cheyette O, 1992: Markov representation of the Heath-Jarrow-Morton model, Barra, available at

<https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstractid=6073> .

[2] Andreasen J, 2005: Back to the future, Risk September 2005, pages 104-109, available at

<https://www.risk.net/derivatives/interest-rate-derivatives/1500253/back-future>

[3] Chibane M and D Law 2012, A quadratic volatility Cheyette model, Risk July 2013, pages 68-71, available at

<https://www.risk.net/derivatives/interest-ratederivatives/2277261/quadratic-vola>

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus

**16. Téma: Optimal portfolio choice under parameter uncertainty**

*Témavezető:* Farkas Péter, MSCI, belső konzulens: Zempléni András

*Rövid leírás:* Markowitz és Merton megoldásában azt feltételezik, hogy az input paraméterek ismertek. Ugyanakkor a valódi világban a paramétereket valódi értékét nem ismerjük, csak a becsült értéküket. A paraméterek bizonytalanságát több módszer is figyelembe veszi: Bayesi elemzés, shrinkage eljárás, etc. Ugyanakkor egyelőre egyik eljárás sem került ki egyértelmű győztesként

*Ajánlott irodalom:*

[1] Brandt, Michael W: Portfolio Choice Problems:

<https://faculty.fuqua.duke.edu/~mbrandt/papers/published/portreview.pdf>

[2] Kan, Raymond, Optimal Portfolio Choice with Parameter Uncertainty, Journal of Finance and Quantitative Analysis

[3] Refining Portfolio Construction When Alphas and Risk Factors Are Misaligned, MSCI Publication,

<https://www.msci.com/www/research-paper/refining-portfolio-construction/01488302>

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus