

Matematikus és alkalmazott matematikus MSc

Biztosítási és pénzügyi matematika MSc

Szakkolgozati témajavaslatok

2017/2018

Az alábbiakban a szakkolgozati témajavaslatokat tanszékenkénti bontásban soroljuk föl. Természetesen nemcsak a felsorolt témákról lehet szakkolgozatot írni: a témavezetővel való személyes egyeztetés után egyéb témakörök is szóba jöhetnek.

Algebra és Számelmélet Tanszék

1. *Téma: Algebrák reprezentációdimenziója*

Témavezető: Ágoston István

Rövid leírás: Auslander az 1970-es évek elején vezette be az algebrák reprezentációdimenziójának fogalmát: ez a dimenzió homologikus eszközökkel méri azt, hogy egy algebra milyen messze van a reprezentációvégtől. Auslander bizonyította, hogy egy algebra pontosan akkor reprezentációvéges, ha $\text{rep.dim } A \leq 2$. Sokáig nem volt ismeretes, hogy $\text{rep.dim } A$ mindig véges-e; ezt Iyama bizonyította egy 2003-as cikkében. Igusa és Todorov 2005-ben megmutatták, hogy ha egy algebra reprezentációdimenziója legföljebb 3, akkor a finitistikus dimenziója véges (általános véges dimenziós algebrákra ez a homologikus algebra egyik legismertebb megoldatlan sejtése). Sajnos, ezzel lényegében egyidőben (2006-ban) Rouquier mutatott példát olyan algebrákra, melyek reprezentációdimenziója 4 (ezt megelőzően ilyen példa sem volt ismeretes). Azóta számos eljárás született nagy dimenziójú algebrák konstruálására, de a finitistikus dimenzióval való kapcsolat még számos kiderítenivalót rejt, s a fogalom kutatása meglehetősen nyitott.

Ajánlott irodalom:

- [1] M. Auslander: Representation dimension of Artin algebras. *Queen Mary College Mathematics Notes, London.* (1971)
- [2] O. Iyama: Finiteness of representation dimension. *Proc. Am. Math. Soc.* **131** (2003), 1011–1014.
- [3] K. Igusa, G. Todorov: On the finitistic global dimension conjecture for Artin algebras. *Repr. of Algebras and Related Topics.* Am. Math. Soc. (2005), 201–204.
- [4] R. Rouquier: Representation dimension of exterior algebras. *Invent. Math.* **165** (2006), 357–367.
- [5] S. Opperman: A lower bound for the representation dimension of kC_p^n . *Math. Z.* **256** (2007), 481–490.

Szak: matematikus

2. *Téma: Numerikus lineáris algebra*

Témavezető: Fialowski Alice

Rövid leírás: A téma sajátérték-problémák és lineáris rendszerek különböző osztályainak megoldását vizsgálja. Különböző osztályokat vizsgálunk. A szokásos sajátérték-probléma az általános sajátérték-probléma egy speciális esete, amelyben valós vagy komplex A , E $m \times n$ -es mátrixok esetén meghatározandó az \mathbf{x} komplex n -vektor és λ komplex szám, amelyekre $A\mathbf{x} = \lambda E\mathbf{x}$. Több alkalmazásban az együtthatómátrixok extra tulajdonsággal rendelkeznek, pl. valósak, szimmetrikusak vagy Hermite-matrixok. Az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ lineáris rendszer esetén, ahol $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ -beli, \mathbf{b} pedig \mathbb{C}^m -beli vektor, és A $m \times n$ -es komplex mátrix, szintén extra feltételek adhatók az együtthatómátrixokra.

Ajánlott irodalom:

- [1] G. Golub, C. Van Loan: Matrix computations. Baltimore, 1996.
- [2] Y. Saad: Numerical methods for large eigenvalue problems. Manchester 1992.
- [3] L. Trefethen, D. Bau: Numerical linear algebra. Philadelphia, 1997.
- [4] D. Watkins, Fundamentals of matrix computations. New York, 2002.
- [5] J. Demmel: Applied numerical linear algebra. Philadelphia, 1997.
- [6] G.W. Stewart: Matrix algorithms. Philadelphia, 1998-2001, 2 volumes

Szak: alkalmazott matematikus

3. *Téma: A Sidorenko-sejtés*

Témavezető: Frenkel Péter

Rövid leírás: A Sidorenko-sejtés azt mondja ki, hogy páros gráfnak tetszőleges gráfba "sok" homomorfizmusa van (legalább annyi, mint amennyit az utóbbi gráf csúc száma és élszáma alapján valószínűségi alapon várnánk). Rengeteg részeredmény van, ennek a hatalmas irodalomnak egy részét lehetne feldolgozni a diplomamunkában.

Ajánlott irodalom:

- [1] David Conlon, Jeong Han Kim, Choongbum Lee, Joonkyung Lee: Some advances on Sidorenko's conjecture, arXiv:1510.06533
- [2] Péter Csikvári, Zhicong Lin: Sidorenko's conjecture, colorings and independent sets, arXiv:1603.05888
- [3] Balazs Szegedy: An information theoretic approach to Sidorenko's conjecture, arXiv:1406.6738

Szak: matematikus

4. *Téma: Pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok*

Témavezető: Gyarmati Katalin

Rövid leírás: A kriptográfiában meghatározó szerepet játszó pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok konstrukciója és tanulmányozása

Ajánlott irodalom:

- [1] A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, Scott A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*
- [2] C. Mauduit, A. Sárközy, On finite pseudorandom binary sequences. I. Measure of pseudorandomness, the Legendre symbol

Szak: matematikus.

5. Téma: **Eliminációelmélet**

Témavezető: Károlyi Gyula

Rövid leírás: Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszereket? A kérdés minőségi vizsgálata a projektív algebrai geometria eszközeivel.

Ajánlott irodalom:

[1] D.A. Cox, J.B. Little, D. O’Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* további fejezetei

Szak: matematikus

6. Téma: **Általános algebrák, hálók**

Témavezető: Kiss Emil

Rövid leírás: Az általános algebráknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszelídítés, a szubdirekt irreducibilis algebrák viselkedése.

Ajánlott irodalom:

[1] Kiss: Bevezetés az algebrába, 8. fejezet

[2] Hobby–McKenzie: The structure of finite algebras

Szak: matematikus

7. Téma: **Öröklődő kongruenciahálók**

Témavezető: Pálffy Péter Pál

Rövid leírás: Az univerzális algebra talán legnevezetesebb megoldatlan problémája a véges algebrák kongruenciahálóinak jellemzése. Még egyetlen véges hálóról sem sikerült bizonyítani, hogy ne lehetne egy véges algebra kongruenciahálója, bár vélhetően a hálók nagy része nem áll így elő. Snow a legkisebb moduláris de nem disztributív hálóvarietás véges tagjairól mutatta meg, hogy előállíthatók véges algebrák kongruenciahálóiként. Ezt Hegedűs és Pálffy általánosították és bevezették az öröklődő kongruenciaháló fogalmát. A szakdolgozat célja ezeknek az eredményeknek a feldolgozása és esetleg további öröklődő kongruenciahálók konstruálása.

Ajánlott irodalom:

[1] Hegedűs Pál és Pálffy Péter Pál, Modular congruence lattices, *Algebra Universalis* **54** (2005), 105–120.

[2] John Snow, Every lattice in $V(M_3)$ is representable, *Algebra Universalis* **50** (2003), 75–81.

Szak: matematikus.

8. Téma: **Homogén struktúrák**

Témavezető: Szabó Csaba

Rövid leírás: A véletlen gráf mintájára létezik véletlen részbenrendezett halmaz, véletlen lánc és véletlen Abel-csoport is. Ezek az úgynevezett homogén struktúrák modellelméleti és csoportelméleti (végtelen permutációcsoportok) eszközökkel vizsgálhatók.

Ajánlott irodalom:

[1] H.D. Macpherson, A survey of homogeneous structures. *Discrete Mathematics* **311** (2011), 1599–1634

[2] <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~jberger/mac.pdf>

Szak: matematikus

9. Téma: A p -adikus Langlands-program

Témavezető: Zábrádi Gergely

Rövid leírás: A p -adikus csoportok p -adikus reprezentációelmélete a matematika egy viszonylag új, dinamikusan fejlődő ága, melynek komoly alkalmazásai vannak az algebrai számelméletben. A Langlands program arról szól, hogy bizonyos Galois reprezentációknak próbálunk (viszonylag jól meghatározható szisztematikus módon) megfeleltetni bizonyos automorf reprezentációkat. Az úgynevezett p -adikus Langlands-programban az automorf oldalon a $GL_n(\mathbb{Q}_p)$ csoport (és további, ennél általánosabb csoportok) p -adikus Banach-tér reprezentációi, a Galois oldalon pedig a $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p)$ abszolút Galois csoportnak p -adikus reprezentációi állnak, ahol \mathbb{Q}_p a p -adikus számok teste, $\overline{\mathbb{Q}_p}$ pedig annak algebrai lezártja. A szakdolgozat a hallgató érdeklődésétől függően szólhat vagy csak a Galois-oldalról, vagy csak az automorf oldalról, vagy akár ezek kapcsolatáról.

Ajánlott irodalom: angol, ill. francia nyelvű szakkikkek, előadásjegyzetek a szakdolgozó érdeklődésétől függően, többek között:

- [1] Pierre Colmez: Représentations de $GL_2(Q_p)$ et (φ, Γ) -modules
- [2] Peter Schneider és Jeremy Teitelbaum: Banach space representations and Iwasawa theory
- [3] Laurent Berger: Galois representations and (φ, Γ) -modules

Szak: matematikus.

Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék

1. Téma: Stacionárius konvekció-diffúziós egyenletek

Témavezető: Karátson János

Rövid leírás: Ezek a típusú elliptikus parciális differenciálegyenletek írják le számos olyan jelenség stacionárius állapotát, amelyekben szállítási (szél, áramlás vagy egyéb transzport típusú) folyamat és diffúzió egyszerre lép fel. A dolgozat témája e feladatok megoldhatóságának, fő tulajdonságainak és numerikus megoldási lehetőségeinek (elsősorban alkalmas végeselem-módszerek) összefoglalása. A szakdolgozat feladata a teljes módszer számítógépes realizálása, ezen belül összehasonlítani az SD- prekondicionálást a többirányú Gauss-Seidel-prekondicionálással.

Ajánlott irodalom:

- [1] Elman, H. C., Silvester, D. J., Wathen, A. J., Finite Elements and Fast Iterative Solvers: with Applications in Incompressible Fluid Dynamics, Numerical Mathematics and Scientific Computation, Oxford University Press, New York, 2005.
- [2] Horváth R., Izsák F., Karátson J., Parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei számítógépes alkalmazásokkal,
http://www.cs.elte.hu/karatson/pdnm_vegleges_2013.pdf
- [3] Karátson J., Numerikus funkcionálanalízis, <http://www.cs.elte.hu/karatson/nfa.pdf>
- [4] Stoyan G., Takó G., Numerikus módszerek III., Typotex, 1997.

Szak: alkalmazott matematikus MSc

2. Téma: Járványterjedés modellezése adaptív hálózatokon (a téma már foglalt)

Témavezető: Nagy Noémi

Rövid leírás: A cél SIR típusú járványterjedés matematikai modellezése adaptív, azaz időben változó hálózatokon, tehát a folyamat közben a gráf struktúrája változik. A modellezés közelítő differenciálegyenlet-rendszerek segítségével történik. A feladat először a téma feltérképezése, majd az egyes modellek analitikus és numerikus vizsgálata.

Ajánlott irodalom:

- [1] A. Barrat, M. Barthélemy, A. Vespignani, Dynamical Processes on Complex Networks. Cambridge University Press, 2008.
- [2] M.J. Keeling, K.T.D. Eames, Networks and epidemic models, J. Roy. Soc. Interface 2 (2005), 295-307.

Szak: alkalmazott matematikus MSc

3. Téma: Véleményterjedés modellezése hálózatokon differenciálegyenletekkel (a téma már foglalt)

Témavezető: Simon Péter

Rövid leírás: A feladat hálózaton történő véleményterjedés matematikai modellezése egyrészt sztochasztikus szimuláció, másrészt differenciálegyenletek segítségével. A feladat a modellek felírása, a modellek Matlab segítségével történő vizsgálata, valamint a kapott differenciálegyenletek megoldásának jellemzése elméleti eszközök felhasználásával.

Ajánlott irodalom:

- [1] Vishal Sood, Sidney Redner, Voter model on heterogeneous graphs, Physical Review Letters 94.17 (2005): 178701.
- [2] F. Vazquez and V. M. Eguiluz, Analytical solution of the voter model on uncorrelated networks, New J. Phys., 10(063011), 2008.

Szak: alkalmazott matematikus MSc

4. Téma: *-algebrák és normált algebrák ábrázolásai, lokálisan kompakt csoportok ábrázolásai

Témavezető: Szűcs Zsolt

Rövid leírás: 1. Komplex és *-algebrák ábrázolásai normált és Hilbert-terekben: szimmetrikus Banach *-algebrák - C^* -ekvivalens Banach *-algebrák;

2. Absztrakt harmonikus analízis: lokálisan kompakt csoport mértékalgebrájának szimmetriája és C^* -ekvivalenssége.

A cél fenti témákhoz kapcsolódó eddigi eredmények bemutatása (a két említett téma összefügg), illetve ezek kapcsolatának tisztázása. (De a fenti általános elméletek bármely részelméletéről lehet szó).

Ajánlott irodalom:

- [1] <http://www.cs.elte.hu/krja/analyse/tvt-na.pdf>
- [2] <http://www.cs.elte.hu/krja/analyse/ha.pdf>
- [3] F. F. Bonsall, J. Duncan: Complete Normed Algebras. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1973
- [4] J. Dixmier: C^* -algebras. North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford, 1977
- [5] G. K. Pedersen: C^* -Algebras and their Automorphism Groups, Academic Press, London, New York, San Francisco, 1979

[6] T. W. Palmer: Banach Algebras and the General Theory of *-Algebras, Vol I-II
Szak: matematikus MSc

5. *Téma: Reprezentációs- és felbontási tételek pozitív elemekre*

Témavezető: Titkos Tamás

Rövid leírás: A matematika számos területén találkozhatunk olyan leképezésekkel, amelyek bizonyos értelemben vett pozitivitási tulajdonsággal rendelkeznek. Gondolhatunk itt akár pozitív szemidefinit mátrixokra, korlátos pozitív operátorokra, (végesen additív) nemnegatív mértékekre, pozitív definit operátorfüggvényekre, és így tovább.

Azon tételeket, amelyek egy pozitív elem (egy másikra vonatkozóan) reguláris és szinguláris részekre bonthatóságát garantálják, a mértékelméleti klasszikusra utalva Lebesgue típusú felbontásoknak, a reguláris rész alkalmas reprezentációját pedig Radon-Nikodym típusú tételeknek nevezik.

A cél a témához kapcsolódó egy-egy eredmény bemutatása (legyen szó akár valamelyik Lebesgue-Radon-Nikodym tételről, vagy a felbukkanó regularitási és szingularitási fogalmak összehasonlításáról) a megfelelő szakirodalom feldolgozásával.

Ajánlott irodalom:

- [1] C. D. Aliprantis and O. Burkinshaw, Principles of Real Analysis, Academic Press Inc. (San Diego, 1998).
- [2] T. Ando, Lebesgue-type decomposition of positive operators, Acta. Sci. Math. (Szeged), 38 (1976), 253-260.
- [3] T. Ando, W. Szymanski, Order Structure and Lebesgue Decomposition of Positive Definite Operator Functions, Indiana Univ. Math. J., 35 (1986), 157-173.
- [4] S. Bochner and R. S. Phillips, Additive set functions and vector lattices, Ann. of Math., 42 (1941), 316-324.
- [5] R. B. Darst, A decomposition of finitely additive set functions, J. Reine Angew. Math., 210 (1962), 31-37.
- [6] C. Fefferman, A Radon-Nikodym theorem for finitely additive set functions, Pacific J. Math., 23(1) (1967), 35-45.
- [7] S. Gudder, A Radon-Nikodym theorem for *-algebras, Pacific J. Math., 80 (1) (1979), 141-149.
- [8] S. Hassi, Z. Sebestyén and H. de Snoo, Lebesgue type decompositions for nonnegative forms, J. Funct. Anal., 257(12) (2009), 3858-3894.
- [9] H. König, The Lebesgue decomposition theorem for arbitrary contents, Positivity, 10 (2006), 779-793.
- [10] K. P. S. B. Rao, M. B. Rao, Theory of charges, Academic Press, 1983.
- [11] Z. Sebestyén, Zs. Tarcsay, T. Titkos, Lebesgue decomposition theorems, Acta Sci. Math. (Szeged), 79 (1-2) (2013), 219-233.
- [12] B. Simon, A canonical decomposition for quadratic forms with applications to monotone convergence theorems, J. Funct. Anal., 28 (1978), 377-385.
- [13] W. Szymanski, Positive forms and dilations, Trans Amer. Math., 301(2) (1987), 761-780.
- [14] Zs. Tarcsay, Lebesgue decomposition for representable functionals on *-algebras, Glasgow Math. Journal, 58 (2016), 491-501.

- [15] Zs. Tarcsay Radon-Nikodym theorems for nonnegative forms, measures and representable functionals, *Complex Analysis and Operator Theory*, 10 (2016), 479-494.
- [16] T. Titkos, A simple proof of the Lebesgue decomposition theorem, *Amer. Math Monthly*, 122 (8) (2015), 793-794.

Szak: matematikus MSc, alkalmazott matematikus MSc

6. Téma: Közöséges differenciálegyenletek megoldása numerikus módszerekkel

Témavezető: Valkó Éva

Rövid leírás: A hallgató feladata nemlineáris differenciálegyenletek vizsgálata numerikus módszerek segítségével. A "van der Pol" oszcillátor, a Duffing oszcillátor, a Lorenz-rendszer, a Rössler-rendszer vizsgálata és bemutatása.

Ajánlott irodalom:

- [1] J. K. Tar, L. Náday, I. J. Rudas: System and control theory with especial emphasis on nonlinear systems

Szak: alkalmazott matematikus MSc

Analízis Tanszék

1. Téma: Lorenz típusú leképezések dinamikája (a téma már foglalt)

Témavezető: Buczolic Zoltán

Rövid leírás: Lorenz típusú leképezések és azok forgatási számához kapcsolódó kérdések vizsgálata. (Az adott témára már van előzetes jelentkező.)

Ajánlott irodalom:

- [1] W. Geller and M. Misiurewicz, Farey-Lorenz permutations for interval maps (preprint).
- [2] Ll. Alsedà, J. Llibre, M. Misiurewicz and C. Tresser, Periods and entropy for Lorenz-like maps, *Ann. Inst. Fourier, Grenoble* 39 (1989), 929–952.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

2. Téma: Fraktálok, geometriai mértékelmélet, multifraktálok

Témavezető: Buczolic Zoltán

Rövid leírás: A fenti nagy témakör valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Dimenziófogalmak, Sűrűségi tételek, Irregularis halmazok, Multifraktál analízis, tangens mértékek, mértékek dimenziói, rektifikálhatóság, korlátos változású (BV) halmazok, topologikus Hausdorff dimenzió.

Ajánlott irodalom:

- [1] Falconer, K. J. The geometry of fractal sets. Cambridge Tracts in Mathematics, 85. Cambridge University Press, Cambridge, 1986. xiv+162 pp,
- [2] Falconer, Kenneth Techniques in fractal geometry. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, 1997. xviii+256,
- [3] Falconer, Kenneth Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Second edition. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2003. xxviii+337 pp.,

- [4] Mattila, Pertti Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 44. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Ambrosio, Luigi; Fusco, Nicola; Pallara, Diego Functions of bounded variation and free discontinuity problems. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 2000.
- [6] Z. Buczolich, Non- L^1 functions with rotation sets of Hausdorff dimension one, Acta Mathematica Hungarica 126:(1-2) pp. 23-50, (2010),
- [7] Z. Buczolich and A. Máthé, Where are typical C^1 functions one-to-one?, Math. Bohem. 131 (2006), no. 3, 291–303.
- [8] Z. Buczolich, Occupation measure and level sets of the Weierstrass-Cellerier function. Recent developments in fractals and related fields, 3-18, Appl. Numer. Harmon. Anal., Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2010.
- [9] R. Balka, Z. Buczolich and M. Elekes, A new fractal dimension: The topological Hausdorff dimension. <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/BBE.pdf>,
- [10] R. Balka, Z. Buczolich and M. Elekes, Topological Hausdorff dimension and level sets of generic continuous functions on fractals, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/levelset110828.pdf>.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

3. *Téma:* **Dinamikus rendszerek, ergodelmélet**

Témavezető: Buczolich Zoltán

Rövid leírás: A fenti nagy témakörök valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Entrópia fogalmak, topologikus dinamika, szimbolikus dinamika, ergodtételek, maximális egyenlőtlenségek, nem konvencionális ergodikus közepek, ergodikus optimalizáció.

Ajánlott irodalom:

- [1] Petersen, Karl Ergodic theory. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.,
- [2] Walters, Peter An introduction to ergodic theory. Graduate Texts in Mathematics, 79. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.
- [3] B. Hasselblatt, A. Katok: A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.
- [4] A. Katok, B.Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Robert L. Devaney: An introduction to chaotic dynamical systems. Second edition. Addison Wesley Studies in Nonlinearity. Addison Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.
- [6] D. Lind, B. Marcus, An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [7] Jenkinson, Oliver Ergodic optimization. Discrete Contin. Dyn. Syst. 15 (2006), no. 1, 197-224.

- [8] A témavezető cikkeiből: Z. Buczolich and D. Mauldin, Divergent Square Averages, *Annals of Mathematics*, 171, pp. 1479-1530,
- [9] I. Assani and Z. Buczolich, The (L^1, L^1) bilinear Hardy-Littlewood function and Fürstenberg averages, *Rev. Mat. Iberoamericana* Volume 26, Number 3 (2010), 861-890,
- [10] Z. Buczolich, Almost everywhere convergence of ergodic averages, *Real Anal. Exchange* 34 (2009), no. 1, 1–15.
- [11] K. M. Brucks and Z. Buczolich, Trajectory of the turning point is dense for a co-*sigma*-porous set of tent maps, *Fund. Math.* 165 (2000), 95-123.
- [12] K. M. Brucks and Z. Buczolich, Universality in inverse limit spaces of the logistic family occurs with positive measure, *Atti. Sem. Univ. Modena*, 48 (2000), no. 2, 335-353.
- [13] J. Bremont and Z. Buczolich, Maximizing points and coboundaries for rotations, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/cbdetds.pdf>.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

4. Téma: Polinomokra és trigonometrikus összegekre vonatkozó egyenlőtlenségek és alkalmazásaik

Témavezető: Kós Géza

Rövid leírás: Olyan becslések vizsgálata, amelyben különböző, az együtthatókra vagy a gyökökre vonatkozó megkötések mellett a polinom vagy deriváltja értékeinek vagy gyökeinek eloszlását vizsgáljuk. (Pl. ha egy n -edfokú polinomnak minden együtthatója 1, 0 vagy -1 , akkor legfeljebb hány-szoros gyöke lehet az 1?)

Ajánlott irodalom: Peter Borwein és Erdélyi Tamás cikkei

Szak: matematikus

5. Téma: Kombinatorikus Nullhelytétel multihalmazokra

Témavezető: Kós Géza

Rövid leírás: A polinom-módszer, főleg a Noga Alon féle Combinatorial Nullstellensatz és általánosításai és ezek alkalmazásai kombinatorikai problémák megoldásában.

Ajánlott irodalom:

[1] N. Alon: Combinatorial Nullstellensatz

[2] S. Ball, O. Serra: Punctured Combinatorial Nullstellensätze

[3] G. Kós, L. Rónyai: Alon's Nullstellensatz for multisets

Szak: matematikus

6. Téma: A törtekalkulus és alkalmazásai, avagy mi legyen egy függvény $\sqrt{2}$ -edik deriváltja?

Témavezető: Kós Géza

Rövid leírás: Függvényeket pozitív egész számszor szoktunk differenciálni vagy integrálni. Ki lehet-e terjeszteni ezt az operációt nem egész indexekre, vagy éppen komplex számokra?

Ajánlott irodalom: A Fourier- és Laplace-transzformáltról, továbbá a Γ -függvényről szóló könyvfejezetek, jegyzetek

Szak: matematikus

7. Téma: Fonat csoportok

Témavezető: Sigray István

Rövid leírás: A fonat csoport rendkívül sok helyen bukkan fel. (Algebra, csomóelmélet, Riemann felületek). A szakdolgozat e gazdag témakör valamely részének feldolgozása, összefoglalása, esetleg önálló eredmény leírása.

Ajánlott irodalom:

- [1] Hansen: Braids and Coverings: Selected Topics (London Mathematical Society Student Texts)

Szak: matematikus

8. *Téma:* **Komplex dinamikai problémák**

Témavezető: Sigray István

Rövid leírás: Milnor: Dynamics in One Complex Variable c. könyvében levő feladatok megoldása, és a hozzájuk tartozó elmélet leírása

Ajánlott irodalom:

- [1] Milnor: Dynamics in One Complex Variable

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

9. *Téma:* **Kvázikonform leképezések alkalmazásai.**

Témavezető: Sigray István

Rövid leírás: A kvázikonform leképezések klasszikus alkalmazásainak egyikét kell színvonalasan, jól érthetően leírni.

Ajánlott irodalom:

- [1] Lars V. Ahlfors: Quasiconformal mappings.

Szak: matematikus

10. *Téma:* **Többváltozós komplex függvénytan**

Témavezető: Szőke Róbert

Rövid leírás: Ismerkedés a többdimenziós komplex analízis és geometria néha szokatlan világával. A szakdolgozat célja: könyvfejezet, ill. cikkek feldolgozása. Előismeret a többváltozós komplex függvénytanban nem szükséges.

Ajánlott irodalom: A választott konkrét témától függően angol nyelvű könyvfejezet, cikkek.

Szak: matematikus

11. *Téma:* **Kobordizmusok**

Témavezető: Szűcs András

Rövid leírás: Szinguláris leképezések kobordizmuscsoportjai.

Ajánlott irodalom: Thom, Wall, Milnor, Rimányi–Szűcs, Szűcs–Terpai cikkei

Szak: MSc matematikus

12. *Téma:* **Moduláris formák numerikus módszerei**

Témavezető: Tóth Árpád

Rövid leírás: A moduláris formák a hiperbolikus (Bolyai-Lobacsevszkij) sík speciális szimmetriacsoportjaira nézve invariáns függvények. Ezen függvények elmélete a számelmélet, geometria, reprezentációelmélet, parciális differenciálegyenletek határterületén helyezkedik el, de legerősebb a számelméleti jelleg.

A projekt célja nagyobb rálátás megszerzése ezen formákra és általánosításaikra, numerikus módszerek segítségével.

Ajánlott irodalom: Személyes megbeszélés alapján.

Szak: matematikus

13. Téma: Hurkolódási számok speciális 3-sokaságokon

Témavezető: Tóth Árpád

Rövid leírás: Két térbeli csomó hurkolódási számára a körülfordulási számhoz hasonlóan analitikus kifejezés adható. Ezt először Gauss (1832) és Maxwell (1867) adta meg. A formula kiterjeszthető az egységgömbre, a hiperbolikus térre. A projekt célja a kiterjesztés a többi Thurston féle modell geometriára, elsősorban az \tilde{SL}_2 típusra.

Ajánlott irodalom:

- [1] DeTurck, Dennis, and Herman Gluck. "Electrodynamics and the Gauss linking integral on the 3-sphere and in hyperbolic 3-space." *Journal of Mathematical Physics* 49.2 (2008): 023504.

Szak: matematikus

14. Téma: Exponenciális összegek a moduláris formák elméletében

Témavezető: Tóth Árpád

Rövid leírás: Az exponenciális összegek (klasszikusan trigonometrikus összegek) aritmetikailag meghatározott komplex számok összegei. Maga Gauss volt az első aki észrevette, hogy ezek úgy viselkednek mint véletlen síkbeli vektorok összegei, és az összeg lényegesen kisebb a tagok számánál. Az elmélet kiterjesztése Artin, Weil és Deligne nevéhez fűződik. Ezek a becslések nagyon fontos szerepet játszanak a számelméletben. A konkrét feladat magasabb rangú moduláris formák elméletében megjelenő exponenciális összegek becslése. Ez kapcsolódik mind a Lie csoportok, mind az algebrai geometria területéhez.

Ajánlott irodalom: Személyes megbeszélés alapján.

Szak: matematikus

Geometriai Tanszék

1. Téma: Integráltranszformációk

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás: Egy \mathbb{R}^n -en értelmezett kompakt tartójú sima f függvény Radon-transzformáltja egy olyan függvény, mely a tér hipersíkjain van értelmezve, és egy hipersíkhöz az f függvénynek a hipersíkon vett integrálja értékét rendeli hozzá. Az elmélet fő kérdése, hogy f miként rekonstruálható a Radon-transzformáltjának ismeretében. A Radon-transzformáció elmélete kulcsfontosságú a modern tomográfiában. A Radon-transzformáció gömbi analogonja a Funk-transzformáció. A Funk-transzformációnak is egy szép elmélete van, mely összefonódik a gömbi harmonikus függvények elméletével. Több konvex geometriai rekonstrukciós probléma hátterében a Funk-transzformáció áll. A szakdolgozat célja a Radon-transzformáció, vagy valamely rokona esetén az alapvető tételek, inverziós formulák és az alkalmazások bemutatása.

Ajánlott irodalom:

- [1] Daniel Hug, Rolf Schneider: Kinematic and Crofton formulae of integral geometry: recent variants and extensions.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

2. Téma: Geometriai szélsőérték-feladatok és geometriai egyenlőtlenségek

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás:

Ajánlott irodalom: A szakdolgozat célja egy geometriai szélsőérték-feladat megoldása, vagy valamely nevezetes témakör (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, ponthalmaz kontrakcióira nézve monoton geometriai mennyiségek, a Kneser–Poulsen-sejtés stb.) áttekintése.

Szak: A kiválasztott témától függ.

matematikus

3. Téma: Általánosított sokszögek

Témavezető: Kiss György

Rövid leírás: Az általánosított sokszögek a véges projektív síkokhoz (ebben az értelemben általánosított háromszögek) hasonlóan néhány egyszerű illeszkedési axiómával definiált kombinatorikus struktúrák, melyek szorosan kapcsolódnak véges csoportokhoz és magasabb dimenziós véges terekhez. A diplomamunkában néhány kiválasztott általánosított sokszög geometriai tulajdonságait kellene feldolgozni.

Ajánlott irodalom:

[1] Feit, W. and Higman, G., *The nonexistence of certain generalized polygons*, *J. Algebra*, **1** (1964), 114–131.

[2] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

Szak: matematikus

4. Téma: Baker-Campbell-Hausdorff formula speciális Lie-algebrákban

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Baker-Campbell-Hausdorff formula, Poincaré-Birkhoff-Witt tétel.

Szak: matematikus

5. Téma: Hőmag konstrukciója kompakt sokaságokon

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Funkcionálanalízis, az operátorfélcsoportok elméletének alapjai.

Szak: matematikus

6. Téma: Coxeter-csoportok a geometriában és a topológiában

Témavezető: Moussong Gábor

Rövid leírás: A diszkrét transzformációcsoportok között a tükrözésekkel generált csoportokat, illetve ezek absztrakt megfelelőit, a Coxeter-csoportokat ismerjük a legalaposabban. A szakdolgozat a Coxeter-csoportoknak a geometria és a topológia területén adódó újabb alkalmazásait tárgyalhatja.

Ajánlott irodalom:

[1] M. W. Davis: *The geometry and topology of Coxeter groups*

[2] H. Hiller: *The geometry of Coxeter groups*.

Szak: matematikus

7. Téma: Negatív görbületű sokaságok

Témavezető: Moussong Gábor

Rövid leírás: A Riemann-sokaságok elméletének klasszikus kérdéscsoportja, hogy egyes görbületi feltételek milyen következményekkel járnak a sokaság topológiájára nézve. A szakdolgozat ilyen irányú eredményeket vizsgálhat nempozitív, illetve negatív előjelű görbület feltételezése mellett.

Ajánlott irodalom:

[1] W. Ballmann, M. Gromov, V. Schroeder: *Manifolds of nonpositive curvature*

[2] M. Bridson, A. Haefliger: *Metric Spaces of Non-positive Curvature*.

Szak: matematikus

8. Téma: Kombinatorikus geometriai problémák

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: A magas dimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert bemutatása például a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint, tetszőleges k természetes számhoz van egy n természetes szám, melyre igaz, hogy minden n -dimenziós konvex testnek van egy k -dimenziós metszete, amely nagyon hasonlít az euklideszi gömbre.

Ajánlott irodalom:

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex Geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*.

Szak: matematikus

9. Téma: Normált terek geometriája

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: Az euklideszi távolságot a síkon (általánosabban \mathbb{R}^n -ben) kicserélhetjük más távolságfüggvényekre, amelyek az euklideszitől különböző érdekes geometriákhoz vezetnek. Lehet például vizsgálni, hogy az euklideszi síkbeli trigonometria hogyan vihető át normált síkba, mi a merőlegesség fogalma, mik az állandó szélességű halmazok, stb.

Ajánlott irodalom:

[1] A. C. Thompson: *Minkowski Geometry*

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus.

10. Téma: Konvex geometriai módszerek

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: A magasdimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert lehetne bemutatni a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint tetszőleges k természetes számhoz van olyan n természetes szám, hogy minden n -dimenziós konvex testnek van olyan k -dimenziós metszete, amely „nagyon hasonlít” az euklideszi gömbre.

Ajánlott irodalom:

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*

Szak: matematikus.

11. Téma: Algebrai csomók

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Polinomok által meghatározott csomók elmélete, az algebrai sík görbék szingularitásait jellemzik. Nagyon sok terület találkozási pontja: algebrai geometria, topológia (homológia), kombinatorika (Newton diagrammok), gráfelmélet (feloldási gráfok), félcsoporthelmélet. Pár éve a klasszikus elmélet új lendületet kapott az algebrai görbék szingularitásaihoz rendelt csomók HOMFLY polinomjainak és a görbék Hilbert sémáinak kapcsolatával.

Ajánlott irodalom: könyvek, cikkek

Szak: mindegyik

12. Téma: Hirzebruch-Riemann-Roch tétel

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Klasszikus index tételek általánosítása, a sima és algebrai sokaságok indexeit (Euler karakterisztika, szignatúra, Todd osztály, vektornyalábok analitikus Euler karakterisztikái, stb) adja meg karakterisztikus osztályok (Chern, Todd, Euler, Pontrjagin) segítségével. Differenciáltopológia, algebrai geometria alaptétele. A globális geometria szinte minden tétele ehhez kötődik, ennek alkalmazása.

Ajánlott irodalom: könyvek, cikkek

Szak: matematikus

13. Téma: Komplex hiperfelület-szingularitások

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Egy egyenlettel megadott terek szingularitásainak lokális leírása, Milnor klasszikus könyve alapján (Milnor fibrum, Milnor fibrálás, monodrómia, a lokális csomó és a vele való kapcsolat). Kiindulási pont az algebrai geometria és differenciáltopológia felé.

Ajánlott irodalom: könyvek, cikkek

Szak: matematikus

14. Téma: Komplex sokaságok kohomológiasoportjai

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: A sima komplex projektív sokaságok kohomológiasoportjainak szerkezete nagyon különleges. Egyik legfontosabb klasszikus tulajdonság a Lefschetz-felbontás (kiindulási tételek: Lefschetz hipersík metszet tétele, és a Hard Lefschetz Theorem).

Ajánlott irodalom: könyvek, cikkek

Szak: matematikus

15. Téma: Komplex felületszingularitások

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Topológiai szempontból a felület szingularitások csomóit tanulmányozza, ezek 3 dimenziós gráf sokaságok. Analitikus (algebrai geometriai) szempontból analitikus invariánsokat tárgyal (kévekohomológia, geometriai génusz). Konkrétabb téma lehet a Seiberg Witten Invariáns Sejtés, ami a csomó Seiberg Witten invariánsát köti össze a geometriai génusszal.

Ajánlott irodalom: könyvek, cikkek

Szak:]

matematikus

16. Téma: Algebrai görbék

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zerushelyeként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel. Magába foglalja a lokális algebrai csomók elméletét, de már az algebrai geometria globális invariánsaira (kohomológiaelmélet) is támaszkodik.

Ajánlott irodalom:

[1] könyvek, cikkek

Szak: matematikus

17. Téma: Geometriai jelenségek Lorentz-sokaságokban

Témavezető: Szeghy Dávid

Szak: matematikus

18. Téma: Fénykép-rekonstrukciók

Témavezető: Szeghy Dávid

Szak: alkalmazott matematikus

19. Téma: Speciális részsokaságok konstans görbület Riemann-terekben

Témavezető: Verhóczy László

Rövid leírás: Amennyiben a Riemann-sokaságban vett részsokaság nem hiperfelület, illetve nem görbe, akkor a normális vektornyalábja általában nem lapos. A szakdolgozó feladata olyan részsokaságok konstrukciója konstans görbületű Riemann-terekben, melyeknél a normális vektornyaláb görbületi tenzora eltűnik. Egy ilyen részsokaság esetében a párhuzamos normális vektormezőket által értelmezni lehet az ún. parallel részsokaságokat. További feladat a parallel részsokaságok görbületi jellemzőinek a meghatározása.

Ajánlott irodalom:

[1] M. P. do Carmo: *Riemannian geometry*

[2] B.-Y. Chen: *Geometry of submanifolds*.

Szak: matematikus

20. Téma: Kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjai

Témavezető: Verhóczy László

Rövid leírás: Az irreducibilis szimmetrikus Riemann-terek osztályozása az egyszerű Lie-csoportok ún. szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározásán alapul. A szimmetrikus Lie-részcsoportokhoz el lehet jutni oly módon, hogy vesszük a megfelelő Lie-algebrák involutív automorfizmusait és azoknál a fixen hagyott elemekből álló részalgebrákat. A szakdolgozó feladata a kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározása és jellemzése.

Ajánlott irodalom:

[1] S. Helgason: *Differential geometry, Lie groups and symmetric spaces*.

Szak: matematikus

Matematikatanítási és Módszertani Központ

1. *Téma: Additív kombinatorika*

Témavezető: Hegyvári Norbert

Rövid leírás: Az additív kombinatorika az utóbbi évtizedben került a kutatások előterébe. Sok szép tétel és közöttük levő összefüggések feltárása olyan kutatókat foglalkoztattak, mint Bourgain, Gowers, Tao, Green, Ruzsa, Sárközy. A leendő szakdolgozót ebbe a témakörbe kívánjuk bevezetni. A témakörhöz jegyzetet is készítettem (lásd <http://hegyvari.web.elte.hu/AC2.pdf>), amit frissíték és melynek fejezetcímei egyben a témaköröket is jelentik. Ezekből lehetne választani: 1. Néhány egyszerű megjegyzés a Minkowski-összeg elemszámára \mathbb{Z} -ben. 2. Az $r_{A+B}(x)$, $r_{A-B}(x)$ függvényekről és az $E_+(A, B)$ additív energiáról. 3. Ruzsa távolságtételei. 4. Plünnecke tétele. 5. A Cauchy–Davenport-tétel; Kneser tétele. 6. Nemkommutatív Kneser-tétel. 7. Fedési tételek 8. Megszorított összegek. 9. Algebrai módszerek. 10. Az Erdős–Heilbronn-sejtés, a Cauchy–Davenport- és az Erdős–Ginzburg–Ziv-tételek (újabb) bizonyításai. 11. A Gowers–Balog–Szemerédi-tétel és alkalmazásai. 12. Additív-multiplikatív kombinatorika véges testekben.
Szak: matematikus

Operációkutatási Tanszék

1. *Téma: Közelítő gráfalgoritmusok*

Témavezető: Frank András

Rövid leírás: A szakdolgozó feladata olyan NP-teljes feladatokra vontakozó közelítő algoritmusok fel- és kidolgozása, melyek egy polinom időben megoldható diszkrét optimalizálási probléma megoldásán alapulnak. Klasszikus példa Christofides másfélszeres approximációjú algoritmus a síkbeli utazó ügynök problémára, amely legolcsóbb feszítő fát és legolcsóbb teljes párosítást használ. Egy másik elegáns példa a legolcsóbb fenyőre vonatkozó Chu és Liu algoritmust használja egy költséges digráf erősen összefüggő feszítő részgráfjának megkeresésére, amely az optimálisnál legfeljebb kétszer drágább. Indulásként Singh és Zenklusen egy friss dolgozatában kidolgozott érdekes megközelítés és a Nash-Williams féle ún. szétszedési (detachment) tétel kapcsolatát kéne feltárni.

Ajánlott irodalom:

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

2. *Téma: Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata*

Témavezető: Jordán Tibor

Rövid leírás: Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek geometriai, algebrai és kombinatorikus módszerekkel vizsgálhatók, másrészt az eredmények számos, látszólag távoli területen alkalmazhatók (pl. molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, kinyitható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: matroidok a diszkrét geometriában, a kombinatorikus merevség alkalmazási területei, globálisan merev gráfok és szerkezetek jellemzése, tenseszkezetek, poliéderek merevségének vizsgálata, algebrai módszerek a merevségelméletben, kombinatorikus algoritmusok és előállítási tételek merev gráfok osztályaira.

Ajánlott irodalom:

[1] Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid, Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.

[2] Frank András, Jordán Tibor, Diszkrét optimalizálás, Typotex, 2014.

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

3. *Téma:* **Hálózatoptimalizálási feladatok**

Témavezető: Jordán Tibor

Rövid leírás: A szakdolgozó feladata különböző diszkrét optimalizálási feladatok vizsgálata hálózat optimalizálási és tervezési (network design) problémákban. A cél az ismert módszerek, algoritmusok áttekintése, a még megoldatlan kérdések felderítése, esetleg algoritmusok implementálása, tesztelése. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: közelítő algoritmusok a Steiner network feladat különböző változataira, gráfok összefüggőségének optimális növelése.

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

4. *Téma:* **Fenyőpakolások alkalmazásai**

Témavezető: Király Csaba

Rövid leírás: Edmonds fenyőtétele a kombinatorikus optimalizálás egyik alapvető tétele számos alkalmazással. A gyakorlati alkalmazások ihlették az eredmény Kamiyama, Katoh és Takizawa féle általánosítását. Az utóbbi években számos további általánosítása jelent meg ezen tételeknek, melyek az elméletben jelentősek, de egyéb alkalmazásuk még nem ismert.

A szakdolgozó feladata a korábbi alkalmazások feltérképezése, és annak vizsgálata, hogy milyen új alkalmazási lehetőségeket nyitnak meg az új eredmények.

Ajánlott irodalom:

[1] Cs. Király, On maximal independent arborescence packing, SIAM Journal on Disc. Math., 30(4) (2016) 2107-2114. <http://bolyai.cs.elte.hu/>

[2] Cs. Király, Z. Szigeti, Reachability-based matroid-restricted packing of arborescences, <http://bolyai.cs.elte.hu/>

Szak: alkalmazott matematikus és matematikus MSc

5. *Téma:* **Többszörösen merev gráfok**

Témavezető: Király Csaba

Rövid leírás: Minimális élszámú több pont illetve él elhagyása után is merev gráfok élszámáról viszonylag kevés dolog ismert, bár a meglévő módszerekkel a témakörben még számos eredmény érhető el. A szakdolgozó feladata a szakirodalomban megtalálható módszerek segítségével lehetőleg éles élszámbebecsléseket adni k él/pont elhagyása után is merev gráfok élszámára.

Ajánlott irodalom:

- [1] V.E. Kaszanitzky, Cs. Király: On minimally highly vertex-redundantly rigid graphs. *Graphs and Combinatorics*, 32(1), 225-240 (2016). <http://bolyai.cs.elte.hu/>
- [2] T. Jordán: Combinatorial rigidity. *Graphs and matroids in the theory of rigid frameworks*, in: *Discrete geometric analysis*. Tokyo: Mathematical Society of Japan, 2016. pp. 33-112

Szak: alkalmazott matematikus és matematikus MSc

6. Téma: Közel-optimális kombinatorikus árverések (a téma már foglalt)

Témavezető: Király Tamás

Rövid leírás: Kombinatorikus árverésnek az olyan árveréseket bevezük, ahol több tárgyat adunk el egyszerre, és a vevők a tárgyak részhalmazaira is licitálhatnak. Az elméletileg optimális árverési módszerek sokszor NP-nehéz feladatok megoldását követelik, ezért fontos az olyan közel-optimális árverési módszerek kidolgozása, ahol az eredmény gyorsan kiszámolható. A feladat az ezzel kapcsolatos irodalom feldolgozása.

Ajánlott irodalom:

- [1] Végh László, Király Tamás, Pap Júlia, *Játékelmélet jegyzet*

Szak: BSc, MSc

7. Téma: Játékelméleti kérdések a kriptovaluták világában (a téma már foglalt)

Témavezető: Király Tamás

Rövid leírás: A kriptovaluták (Bitcoin, Ethereum, stb.) világában nincsenek a rendszerek helyes működését garantáló felelősök; ehelyett a rendszereket úgy próbálják kidolgozni, hogy a saját érdekeiket követő szereplők (felhasználók, fejlesztők, bányászok, tőzsdék) önző viselkedése elősegítse a helyes működést. Mindez nagyon érdekes játékelméleti kérdésekhez vezet, hiszen sok eltérő típusú szereplő és külső tényező egymásra hatását kell modellezni.

Ajánlott irodalom:

- [1] Kiayias et al., *Blockchain Mining Games*
- [2] Carlsten et al., *On the Instability of Bitcoin Without the Block Reward*

Szak: MSc

8. Téma: Útvonal-optimalizálás a 3d nyomtatásban

Témavezető: Király Tamás

Rövid leírás: A 3d nyomtatás hatékonysága javítható a nyomtatófej útvonalának optimalizálásával. A jelenlegi szoftverek tipikusan egyszerű heurisztikákat használnak, de érdemes megvizsgálni, hogy kifinomultabb módszerekkel mennyit lehet javítani. A hallgató feladata az irodalom feldolgozása és a módszerek összehasonlítása.

Ajánlott irodalom:

- [1] Ganganath et al., *Trajectory Planning for 3D Printing: A Revisit to Traveling Salesman Problem*
- [2] Fok et al., *A Relaxation Scheme for TSP-based 3D Printing Path Optimizer*

Szak: BSc, MSc

9. Téma: Online algoritmusok kombinatorikus optimalizálási feladatokra (a téma már foglalt)

Témavezető: Király Tamás

Rövid leírás: A kombinatorikus optimalizálás olyan feladatokkal foglalkozik, ahol valamilyen kombinatorikus struktúráként leírható megoldáshalmazból (például egy hálózat útjai, tárgyak lehetséges sorrendjei, stb.) kell az optimálisat vagy közel optimálisat kiválasztani. Alkalmazásoknál gyakran előfordul, hogy a struktúra nem előre adott, hanem csak lépésenként, menet közben ismerjük meg – ilyenkor beszélünk online feladatról. A szakdolgozó feladata online feladatok megoldására szolgáló algoritmusok feldolgozása és továbbfejlesztése.

Ajánlott irodalom:

[1] A Mehta, A Saberi, U Vazirani, V Vazirani, Adwords and generalized online matching

Szak: MSc

10. *Téma: Járműflotta online ütemezése*

Témavezető: Kis Tamás

Rövid leírás: Egy több járműből álló flottát szállítási feladatok kiszolgálására szeretnénk használni, igen ám, de a feladatokat nem ismerjük előre, tehát egy online problémát kell megoldani. A szállítási feladat megrendelői megadják a kezdő, és a végpontot, valamint egy időablakot, amiben a szállítmányt fel kell venni, de ezt később pontosíthatják. A cél olyan ütemezését találni a járműveknek, ami minél több feladatot elvégez, és közben az összes megtett út is a lehető legkisebb.

A diplomamunka keretében a fenti alapfeladat különböző variánsait lehet vizsgálni, és részben praktikus algoritmusokat, részben versenyképességi elemzéseket (különös tekintettel az alsó korlátra) lehet végezni. Az implementáláshoz tetszőleges programozási környezet használható.

Ajánlott irodalom:

[1] Srour FJ, Agatz N, Oppen J, 2016 Strategies for handling temporal uncertainty in pickup and delivery problems with time windows. *Transportation Science*, https://repub.eur.nl/pub/77187/ERS-2014-015_2-LIS.pdf

[2] Berbeglia G, Cordeau JF, Laporte G, 2010 Dynamic pickup and delivery problems. *European Journal of Operational Research* 202(1):8–15.

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

11. *Téma: Téglalap sávpakolás*

Témavezető: Kis Tamás

Rövid leírás: Adott téglalapok egy halmazát szeretnénk elhelyezni egy rögzített magasságú, de általunk megválasztott szélességű befoglaló téglalapba úgy, hogy a téglalapok nem fedhetik át egymást, és nem is forgathatóak el. Minden adat előre ismert, és a legkisebb szélességű befoglaló téglalapot keressük (a fix magasságúak között). Ennek a pakolási feladatnak számos alkalmazása van, például szabási, rakodási, vagy ütemezési problémák megoldása során merül fel.

A diplomamunka keretében a fenti problémára lehet egzakt vagy approximációs algoritmusokat kidolgozni, ill.kipróbálni. Az implementáláshoz C++ vagy Java programozási környezet használható.

Ajánlott irodalom:

[1] Jens Egeblad, Heuristics for Multidimensional Packing Problems, PhD thesis, <https://pdfs.semanticscholar.org/8dea/>

f6bc7fe721b57f14ece99caf90738dd71fc8.pdf

- [2] Richard E. Korf, Optimal Rectangle Packing: Initial Results, ICAPS-03 Proc. <https://vww.aaai.org/Papers/ICAPS/2003/ICAPS03-029.pdf>
- [3] Hardin, J. R., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W. (2008). Strong valid inequalities for the resource-constrained scheduling problem with uniform resource requirements. *Discrete Optimization*, 5(1), 19-35.

Szak: alkat, mat

12. *Téma:* Elektromos járművek okos töltése

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Rövid leírás: Az elektromos járművek elterjedésével párhuzamosan számolni kell a hozzájuk tartozó gyorstöltő hálózat bővülésével. A járművek üzemanyag ellátása komoly kihívások elé állítja az elektromos rendszert mind terhelési mind egyensúlyi szempontból. A felmerülő problémák megoldására több tervezett szabályozási modell létezik. Szinte mindegyik esetben szükség van a járművek töltésének optimális ütemezésére, amely mögött valamilyen optimalizálási feladat áll.

A szakdolgozat célja a témakör bemutatása, kapcsolódó cikkek feldolgozása. Legalább egy ütemezési modell részletes vizsgálata. Ezen felül szóba jöhet a modell implementációja, numerikus tesztelése, kiértékelése.

Ajánlott irodalom:

- [1] http://www.winmec.ucla.edu/electric_vehicle_smart_charging_and_vehicle-to-grid_operation.pdf

Szak: elemző, alkalmazott matematikus és matematikus BSc vagy MSc

13. *Téma:* Európa árampiacainak összekapcsolása

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Rövid leírás: Európában cél egy egységes áramkereskedelmi rendszer kiépítése. Ez eddig részben meg is valósult az egyes országok áramtőzsdéinek összekapcsolásával. Magyarországon például jelenleg a cseh, szlovák és román tőzsdével van összekapcsolva. A használt tőzsdéi aukciós algoritmus figyelembe veszi mind az áram speciális tulajdonságait (pl. nem tárolható), mind azt a tényt, hogy az egyes országok közti szállítási kapacitás szűkös. Az aukció (termékektől függően) felírható egy primál-duál LP (MILP, MIQP) feladatpárként. Ezekben mind a változóknak, mind a feltételeknek konkrét gazdasági jelentése van, így a modell önmagában is szép illusztrációját adja a matematikai dualitás elméletének.

A szakdolgozat célja a témakör bemutatása, kapcsolódó cikkek feldolgozása. Ezen felül szóba jöhet a modell implementációja, tesztelése.

Ajánlott irodalom:

- [1] http://static.epexspot.com/document/20015/COSMOS_public_description.pdf
- [2] <https://www.belpex.be/wp-content/uploads/EuphemiaPublicDocumentation201508121.pdf>

Szak: elemző, alkalmazott matematikus és matematikus BSc vagy MSc

14. *Téma:* Energiapiaci portfólió optimalizálása

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Rövid leírás: Egy energiakereskedő portfóliója a fogyasztóival, ügyfeleivel kötött üzletekből adódó kitétségből illetve az ezt lefedezni szándékozó származékos termékekből áll. A bemutatott alkalmazás minimalizálja a portfólió árkockázatát egy adott időperiódusra, úgy hogy figyelembe veszi a piacokon elérhető termékek körét, illetve az egyes termékek likviditását.

A kockázatot a Conditional-Value-at-Risk mutatóval mérjük. A likviditást kezelését a piaci ármodellbe építjük be.

A szakdolgozat célja: az üzleti környezet bemutatása, a modell leírása, az adódó nemlineáris programozási feladat implementációja, hatékony megoldása, tesztelése.

Ajánlott irodalom:

- [1] Paravan, D., G. B. Sheble, and R. Golob. "Price and volume risk management for power producers." Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2004 International Conference on. IEEE, 2004.

Szak: alkalmazott matematikus és matematikus MSc

Számítógéptudományi Tanszék

1. *Téma:* Gráfok lista-színezése

Témavezető: Barát János

Rövid leírás: Gráfok csúcsainak színezése egy alapvető elméleti probléma, ami még jól alkalmazható is. Sokat népszerűsített eredmény, hogy minden síkbarajzolt gráf tartományai kiszínezhetők 4 színnel úgy, hogy szomszédos tartományok különböző színt kapjanak. Tegyük most fel, hogy a csúcsokhoz előre rendelt listák vannak, abból kell színt választanunk. Thomassen bizonyította, hogy síkgráfokra ekkor elegendő, ha minden lista legalább 5 elemű. Ehhez hasonló állításokat szeretnénk bizonyítani.

Ajánlott irodalom:

- [1] C. Thomassen: Every planar graph is 5-choosable
[2] J.Barát, G.Joret, D.R.Wood: Disproof of the List Hadwiger Conjecture

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

2. *Téma:* Gráfok élfelbontásai

Témavezető: Barát János

Rövid leírás: Adott egy G gráf és szeretnénk az éleit szétosztani adott módon. Tipikusan olyan kérdéseket vizsgálunk, hogy milyen él-összefüggőségi feltétel teljesüljön G -re ahhoz, hogy biztosan legyen élfelbontása előre megadott gráfokra. Itt a megadott osztály lehet a háromélű gráfok halmaza vagy egy adott H gráf. Szükséges és elégséges feltételek is érdekesek. Az előbbi azt jelenti, hogy ellenpéldákat keresünk.

Ajánlott irodalom:

- [1] Barát J: Karmok és útfelbontások

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

3. *Téma:* Extremális kérdések uniform hipergráfokra

Témavezető: Barát János

Rövid leírás: Egy adott n elemű csúcshalmazon tekintsünk r -elemű részalmazokat, melyeket éleknek nevezünk. A csúcsok és az élek együtt egy r -uniform hipergráfot alkotnak. Két él metszi egymást, ha van közös csúcuk. Ha bármely két él metszi egymást, akkor a hipergráf metsző. Egy csúcshalmaz lefogó, ha minden élet metsz. Világos, hogy egy metsző r -uniform hipergráfban a legkisebb lefogó mérete legfeljebb r . Erdős és Lovász kérdezte, hogy legalább hány éle van egy r -uniform metsző hipergráfnak, ha a legkisebb lefogó mérete r . Az r -uniform hipergráfok között speciálisak az r -osztályúak. Ryser egyik sejtésének alese metsző hipergráfokra azt mondja, hogy mindig van legfeljebb $r - 1$ elemű lefogó. Ezen kérdéseket vizsgálunk.

Ajánlott irodalom:

- [1] P. Erdős and L. Lovász: Problems and results on 3-chromatic hypergraphs and some related questions.
- [2] T. Mansour, C. Song, R. Yuster: A comment on Ryser's conjecture for intersecting hypergraphs.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

4. *Téma: Biológiai hálózatok analízise gráfelméleti eszközökkel*

Témavezető: Grolmusz Vince

Rövid leírás: A fehérje-fehérje interakciós gráfok, valamint az emberi agy gráfjának gráfelméleti elemzésére van lehetőség az érdeklődő és nagyfelkészültségű hallgatónak.

Ajánlott irodalom:

- [1] Gábor Iván, Vince Grolmusz: When the Web Meets the Cell: Using Personalized PageRank for Analyzing Protein Interaction Networks, Bioinformatics, Vol. 27, No. 3. pp. 405-407 (2011)
- [2] Dániel Bánky, Gábor Iván, Vince Grolmusz: Equal Opportunity for Low-Degree Network Nodes: A PageRank-Based Method for Protein Target Identification in Metabolic Graphs, PLoS ONE 8(1): e54204. doi:10.1371/journal.pone.0054204, published 29 Jan 2013
- [3] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: The Budapest Reference Connectome Server v2.0, Neuroscience Letters, Vol. 595 (2015), Pages 60-62, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neulet.2015.03.071>,
- [4] Vince Grolmusz: Identifying Diabetes-Related Important Protein Targets with few Interacting Partners with the PageRank Algorithm, Royal Society Open Science, 2:140252, (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.140252>.
- [5] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Graph Theoretical Analysis Reveals: Women's Brains Are Better Connected than Men's. PLoS ONE 10(7): e0130045 (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0130045>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: How to Direct the Edges of the Connectomes: Dynamics of the Consensus Connectomes and the Development of the Connections in the Human Brain, PLoS One 11(6): e0158680. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0158680>, June 30, 2016
- [7] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Parameterizable Consensus Connectomes from the Human Connectome Project: The Budapest Reference Connectome Server v3.0, Cognitive Neurodynamics, 11(1), pp. 113-116, (2017) <http://dx.doi.org/10.1007/s11571-016-9407-z>

[8] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Brain Size Bias Compensated Graph-Theoretical Parameters are Also Better in Women's Structural Connectomes, Brain Imaging and Behavior (2017) <http://dx.doi.org/10.1007/s11682-017-9720-0>

Szak: matematikus és alkalmazott matematikus

5. Téma: A Fregatt fehérje-gyógyszermolekula dokkolóprogram továbbfejlesztése javított globális optimalizálási stratégiával

Témavezető: Grolmusz Vince

Rövid leírás: A Fregatt fehérje-kismolekula dokkoló algoritmust a kutatócsoportunk fejlesztette ki. A globális optimalizálási eljárások fejlesztésére és összehasonlítására van lehetősége az érdeklődő, nagy felkészültségű hallgatónak.

Ajánlott irodalom:

[1] Christoph Scheich, Zoltán Szabadka, Beáta Vértessy, Vera Pütter, Vince Grolmusz, Markus Schade: Discovery of Novel MDR-Myco bacterium tuberculosis Inhibitor by New FRIGATE Computational Screen. PLoS ONE 6(12): e28428.

Szak: matematikus és alkalmazott matematikus

6. Téma: Mesterséges neurális hálók alkalmazása biológiai problémák megoldásában

Témavezető: Grolmusz Vince

Rövid leírás: A mesterséges intelligencia eszközei közül talán a mesterséges neurális hálózatok azok, amelyek fejlődése olyan fokra jutott jelenleg, hogy nagyon jelentős felfedezések várhatók a tudomány sok területén alkalmazásukkal. Kutatócsoportunk a biológiai tulajdonságok leírására alkalmaz neurális hálózatokat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

Ajánlott irodalom:

[1] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Near Perfect Protein Multi-Label Classification with Deep Neural Networks, Methods (2017), <https://doi.org/10.1016/j.ymeth.2017.06.034>

[2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: SECLAF: A Webserver and Deep Neural Network Design Tool for Biological Sequence Classification, arXiv preprint, arXiv:1708.04103

Szak: matematikus és alkalmazott matematikus

7. Téma: Metagenomikai adathalmazok analízise

Témavezető: Grolmusz Vince

Rövid leírás: A metagenomika aránylag új tudományág, durván a környezeti és klinikai mintákban való, mikroorganizmusoktól származó rövid DNS szakaszok analízisét jelenti. Metagenomikai módszerekkel mutatták meg, hogy sok olyan helyen (pl. az egészséges tüdőben, az anyatejben, a nyílt óceánok vízében) sokkal több baktérium, illetve vírus van, mint azt addig gondolták. Az új baktériumok és vírusok száma az eddig ismertekenk legalább százszorosa, azaz számtalan, eddig még ismeretlen káros vagy hasznos baktérium, illetve vírus létezik körülöttünk. A metagenomikai minták matematikai analízise izgalmas, nehéz és hálás feladat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

Ajánlott irodalom:

[1] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: The 'Giant Virus Finder' Discovers an Abundance of Giant Viruses in the Antarctic Dry Valleys, Archives of Virology (2017) Vol. 162, No. 6, pp. 1671-1676 <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-017-3286-4>

- [2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Significant Differences Found in Short Nucleotide Sequences of Human Intestinal Metagenomes of Northern-European and Chinese Origin, *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) General Subjects*, Vol. 1861 (2017), Issue 1, Part B, January 2017, pp. 3627-3631
- [3] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Nucleotide 9-mers Characterize the Type II Diabetic Gut Metagenome; *Genomics*, Vol. 107 (2016) pp. 120-123, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ygeno.2016.02.007>
- [4] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Evaluating the Quantitative Capabilities of Metagenomic Analysis Software, *Current Microbiology*, Vol. 72. No. 5. pp. 612-616 (2016), <http://dx.doi.org/10.1007/s00284-016-0991-2>
- [5] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Giant Viruses of the Kutch Desert, *Archives of Virology*, Vol. 161 (2016), No.3 pp.721-724, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-015-2720-8>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Vince Grolmusz. Visual Analysis of the Quantitative Composition of Metagenomic Communities: the AmphoraVizu Webserver, *Microbial Ecology* Vol. 69 (2015) pp. 695-697, DOI 10.1007/s00248-014-0502-6
- [7] Balázs Szalkai, Ildikó Scheer, Kinga Nagy, Beáta G Vértessy, Vince Grolmusz, The Metagenomic Telescope, *PLoS One*, Vol. 9, No. 7, e101605 (2014). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0101605>
- [8] Csaba Kerepesi, Dániel Bánky, Vince Grolmusz: AmphoraNet: The Webserver Implementation of the AMPHORA2 Metagenomic Workflow Suite, *Gene*, Vol. 539, No. 1, pp. 152-153, April 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.gene.2013.10.015>

Szak: matematikus és alkalmazott matematikus

8. *Téma:* **Végtelen kombinatorika**

Témavezető: Komjáth Péter

Szak: matematikus

9. *Téma:* **PCF-elmélet**

Témavezető: Komjáth Péter

Szak: matematikus

10. *Téma:* **Komplex jelenségek, hálózatok modelljei**

Témavezető: Lukács András

Rövid leírás: A szakdolgozat célja olyan komplex jelenségek modellezésére, hálózatok jellemzésére használható matematikai, algoritmikus módszerek bemutatása és vizsgálata, amelyek az adatbányászat, adattudomány „big data” területén is alkalmazhatók.

A téma kidolgozása két formában történhet. Az egyik megközelítésben egy kiválasztott rendszert, jelenséget az azt leíró nagyobb mennyiségű adat alapján vizsgálunk, és az adott adathalmazhoz kapcsolódó üzleti vagy tudományos alkalmazás szempontjából fontos kérdések közül egyre vagy kettőre keresünk választ. Ez a megközelítés inkább alkalmazott matematikusok szakdolgozatához illik.

A másik megközelítés során egy kiválasztott matematikai modell(család) és a hozzá kapcsolódó algoritmusok vizsgálatával foglalkozunk egyrészt elméleti szempontokból, másrészt szimulált és valós adatokon végzett méréseken keresztül.

A vizsgálható jelenségek, rendszerek: szociális és más hálózatok, info- és telekommunikációs eszközök, a humán viselkedés jelenségei. Az modellezés matematikai módszerei az algoritmusok, a valószínűségi számítás, a lineáris algebra és a kombinatorika (gráfelmélet) területéről jönnek. Előny a C++ és/vagy Python nyelv ismerete.

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

11. Téma: Polinomok és extrém kombinatorikus struktúrák

Témavezető: Nagy Zoltán Lóránt

Rövid leírás: Számos kombinatorikai kérdésben a struktúra leírásában őket leíró polinomok (eltűnési helyei vagy függetlensége) játszik kulcsszerepet. Ilyen például az n -dimenziós térben található, egymással állandó szöveget bezáró egyenesek maximális száma. – A szakdolgozat célja körbejárni és ismertetni az alkalmazott módszereket

Ajánlott irodalom:

[1] N. Alon: The Combinatorial Nullstellensatz, 1999

[2] A. Blokhuis : Polynomials in finite geometries and combinatorics, Surveys in combinatorics, 1993, 35-52.

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

12. Téma: Véges geometriát használó extrémális gráfelméleti konstrukciók

Témavezető: Nagy Zoltán Lóránt

Rövid leírás: Jól ismert, hogy a véges síkokból eredő gráfok számos Turán-típusú és egyéb extrémális gráfelméleti kérdésben szolgáltatják az extrémális struktúrát. A szakdolgozat célja ezeket áttekinteni.

Ajánlott irodalom:

[1] Füredi-Simonovits: The history of degenerate (bipartite) extremal graph problems;

[2] Jacob Fox Benny Sudakov, Dependent Random Choice

Szak: alkalmazott matematikus, matematikus

13. Téma: Catalan-számok: bijekciók, generátorfüggvények és általánosítások

Témavezető: Nagy Zoltán Lóránt

Rövid leírás: A Catalan-számok elképesztő mennyiségű kombinatorikai matematikai problémában kerülnek elő, és szép példák adnak sokszínű bizonyítási módszerek alkalmazására. Módszerek, alkalmazások, általánosítások bemutatása a szakdolgozat célja.

Ajánlott irodalom: R. Stanley, Catalan Numbers, Cambridge University Press 2015.

Szak: mat. tanári

14. Téma: Legnagyobb és legkisebb elem keresése hazugságokkal

Témavezető: Pálvölgyi Dömötör

Szak: matematikus

15. Téma: Hogyan lehet egy gráfot úgy síkbarajzolni, hogy minden él egy szakasz legyen, és minél kevesebb szakaszt használjunk?

Témavezető: Pálvölgyi Dömötör

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

16. Téma: Hogyan rajzoljunk digitálisan egyeneseket, amik csak egyszer metszhetik egymást?

Témavezető: Pálvölgyi Dömötör

Szak: alkalmazott matematikus

17. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek a villamos hálózatok elméletében

Témavezető: Recski András

Szak: alkalmazott matematikus

18. Téma: Matroidelmélet, matroidok összegével kapcsolatos vizsgálatok

Témavezető: Recski András

Szak: matematikus

19. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek alkalmazása a statikában

Témavezető: Recski András

Szak: alkalmazott matematikus

20. Téma: Véges geometria

Témavezető: Szőnyi Tamás

Szak: matematikus

21. Téma: Szimmetrikus struktúrák

Témavezető: Szőnyi Tamás

Szak: matematikus

22. Téma: Kódelmélet

Témavezető: Szőnyi Tamás

Szak: matematikus

Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

1. Téma: Egy- és többdimenziós Lévy-folyamatok és alkalmazásaik (a téma már foglalt)

Témavezető: Backhausz Ágnes

Rövid leírás: A Lévy-folyamatok a folytonos rész és az ugrások vegyítésével rugalmasan használhatók különféle biológiai, pénzügyi folyamatok modellezésére. Ugyanakkor, ha több, egymástól nem független Lévy-folyamat viselkedését szeretnénk leírni, a korrelációstruktúra megértése is kulcsfontosságú lehet. A feladat egyik része a Lévy-folyamatok alkalmazásaival kapcsolatos szakirodalom feldolgozása (például az elágazó folyamatokkal való kapcsolatuk megértése). A feladat másik része a korrelált Lévy-folyamatok viselkedésének vizsgálata számítógépes szimulációk segítségével.

Ajánlott irodalom:

[1] A. E. Kyprianou: Fluctuations of Lévy processes with applications. Springer, 2013.

[2] A. Papapantolon: Introduction to Lévy processes with applications in finance. Lecture notes, 2008.

Szak: alkalmazott matematikus

2. *Téma: Frakcionális Brown-mozgásra épülő volatilitási modellek*

Témavezető: Backhausz Ágnes

Rövid leírás: Az utóbbi években a pénzügyi modellezésben egyre népszerűbbek az úgynevezett “rough volatility” modellek. Ezek a sztochasztikus volatilitást feltételező modellek általánosításainak tekinthetők, amikor a volatilitásra vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletben a Brown-mozgás helyett frakcionális Brown-mozgás jelenik meg. Ezen modellek létjogosultságát főként a magas frekvenciájú kereskedés megértése adja, hiszen ebben az esetben a volatilitást is pontosabban kell modellezni.

A feladat a frakcionális Brown-mozgásra épülő sztochasztikus differenciálegyenletek, volatilitási modellekkel kapcsolatos szakirodalom feldolgozása, illetve számítógépes szimuláció segítségével a modell paraméterérzékenységének vizsgálata.

Ajánlott irodalom:

- [1] J. Gatheral, T. Jaisson, M. Rosenbaum: Volatility is rough. Kézirat. arXiv:1410.3394.
- [2] L. Bergomi and J. Guyon: Stochastic volatility’s orderly smiles. Risk May, pp. 60–66, 2012.

Szak: biztosítás- és pénzügyi matematika, pénzügyi matematika szakirány

3. *Téma: Szenzor hálózatok a síkon*

Témavezető: Gerencsér Balázs

Rövid leírás: Egy területet szeretnénk úgy megfigyelni, hogy néhány szenzort elhelyezünk rajta. Azonban tudjuk, hogy ezek függetlenül bizonyos p valószínűséggel meghibásodhatnak. A szenzoroknak egy konfigurációját aszerint értékeljük ki, hogy mi az a távolság, amin belül a tér minden pontjához már találunk egy szenzort. Szeretnénk ennek a távolságnak a várható értékét minimalizálni, amikor a szenzorok meghibásodhatnak.

Ha a megfigyelendő terület egy dimenziós, egy szakasz, azt elég jól értjük, illetve nemrég egy MSC dolgozatban a téma néhány további problémája feldolgozásra került. Számos kérdés azonban vizsgálatra érdemes, az alábbiakból néhányat válogatva lehetne folytatni a kutatást (ez tág választék, nem egyetlen MSC-be kell beleférjen):

- 1) Szabályos mintázatok esetén csak a négyszögrácsot vizsgálták. Mi a helyzet háromszög- vagy hatszögrács vagy egyéb esetekben?
- 2) A numerikus eredményeket elméleti becslésekkel is jó lenne megátogatni.
- 3) A véletlen mintázatok szimulációs kiértékelésénél (Monte-Carlo algoritmus) érdekes lenne összevetni a “rossz eseteknél” (pl. amikor minden szenzor ugyanabba sarokba kerül), hogy milyen gyakran fordul elő, cserébe mennyiben járul hozzá a várható értékhez.
- 4) Véletlen mintázatok kialakításához nem csak a függetlenül elhelyezett szenzorok jönnek szóba, ennél rafináltabb ötletek mentén is el lehet indulni.
- 5) Hatékony elrendezés keresésére jobb és gyorsabb eljárás keresése is nyitott feladat.

Ajánlott irodalom:

- [1] P Frasca, F Garin, B Gerencsér, JM Hendrickx, One-dimensional coverage by unreliable sensors, SICON 2015
- [2] http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema_AppliedMathematics_EWI.pdf

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

4. *Téma: Véletlen permutációk és feltételesen konvergens sorok*

Témavezető: Gerencsér Balázs

Rövid leírás: Ez egy félig valszámos, félig analízis téma. Az alapkérdés az, hogy egy feltételesen konvergens sort mikor tesz divergenssé egy permutáció (vagy mikor változtatja meg a limeszt), és itt mi a sorok és a kapcsolódó permutációk struktúrája.

Itt meg lehetne nézni különböző véletlen permutációk esetét. Kiindulva független $X_n \sim N(n, \sigma_n)$ változókból, a kapott értékek sorrendje megadja a természetes számok egy permutációját. Ez eléggé “lokális” permutáció lesz, talán 1 valószínűséggel minden sort békén hagy, ha σ_n elég gyorsan lecsengő Sőt, lehetne a sor is véletlen meg a permutáció is, itt mit mondhatunk?

Ajánlott irodalom:

- [1] R P Agnew, Permutations preserving convergence of series, Proceedings of the American Mathematical Society, 1955
- [2] G Tusnády, On rearrangements of infinite series, Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eotvos Nominatae 1966
- [3] B Gerencsér: On convergence sets of conditionally convergent series, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 2011

Szak: matematikus

5. *Téma: Keverés a szakaszon bővített lehetőségekkel*

Témavezető: Gerencsér Balázs

Rövid leírás: A motiváció abból fakad, hogy most már mindenütt elosztott számítógépes és szenzor hálózatok dolgoznak, ahol a frissen megjelenő adatot hatékonyan teríteni kell az egész rendszeren. Ennek egy egyszerűsített (cserébe precíz) változatát tekintjük.

Egy n csúcú vonal gráfon helyezkednek el a “szenzorok”, mindegyik egy-egy bemeneti adattal, a feladat ezek átlagának kiszámolása közösen. Alap esetben minden lépésben az egységek prezentálják pillanatnyi értéküket a szomszédoknak, majd a látottnak veszik egy sima függvényét és ez alapján frissítik a saját adatukat. Ismert, hogy ez esetben legalább n^2 nagyságrendű lépésre van szükség.

Kérdés, lehet-e ezen gyorsítani, ha kevésbé korlátozzuk az egységeket? Többek között a következő lehetőségek merülnek fel:

- a) Minden szenzor még néhány bitre vagy néhány valós számra való memóriával rendelkezik.
- b) Eltérő üzenet küldése a két irányba.
- c) A szenzorok az elmúlt k értékre emlékezve határozhatják meg a jelenlegit.
- d) A frissítésre használt függvény lehet nem sima vagy nem folytonos.

Az átlagolás bizonyosan elérhető $\approx n$ lépésben ha a) + b)-t megengedjük vagy d) extrém esetében (ha pl. nem is mérhető).

Ajánlott irodalom:

- [1] A Olshevsky, J N Tsitsiklis, A lower bound for distributed averaging algorithms on the line graph, IEEE CDC 2010
- [2] S Boyd, P Diaconis, L Xiao, Fastest mixing Markov chain on a graph, SIAM review, 2004
- [3] S Boyd, P Diaconis, J Sun, L Xiao Fastest mixing Markov chain on a path, The American Mathematical Monthly, 2006

Szak: matematikus, alkalmazott matematikus

6. *Téma: A főkomponens-analízis és a Kosambi-Karhunen-Loève tételkör gyakorlati alkalmazásai*

Témavezető: Korniyik Miklós

Rövid leírás: A főkomponens-analízis és a Karhunen-Loève elmélet a gyakorlatban (pl. neurobiológia, neurális hálózatok, szeizmológia, képfeldolgozás) széleskörűen elterjedt eszközök többdimenziós minták illetve idősorok elemzésére. Sok esetben az adatsor zajjal terhelt jel és a cél az eredeti jel kinyerése. A hallgató feladata a PCA és/vagy KL sorfejtés elméletének megértése mellett annak gyakorlati példán való programozása (preferált "nyelv" MATLAB) és az eredmények értékelése. Idő függvényében más módszerekkel is össze lehet vetni az előzőeket.

Ajánlott irodalom:

- [1] Oja, E. Principal components, minor components, and linear neural networks. *Neural Networks*, 1992,5.6:927–935
- [2] Jorgensen, P. E., Song, M. S. Entropy encoding, Hilbert space, and Karhunen-Loève transforms. *Journal of Mathematical Physics*, 2007, 48(10), 103503.
- [3] Mudrova, M., and A. Prochazka. "Principal component analysis in image processing." *Proceedings of the MATLAB Technical Computing Conference, Prague*. 2005.

Szak: alkalmazott matematikus

7. *Téma: Fourier-transzformáció és Karhunen-Loève-sorfejtés a Search for Extraterrestrial Intelligence (SETI) projektben (foglalt)*

Témavezető: Korniyik Miklós

Rövid leírás: A Fourier-transzformáció és Karhunen-Loève sorfejtés az idősoranalízis két gyakran használt eszköze egy zajjal terhelt jel elemzéséhez, illetve abból a tiszta jel kinyeréséhez. A rádiókommunikációban leginkább az adott jel Fourier-transzformáltját szokás vizsgálni, ugyanis az információt továbbító jel periodikus, sinus-cosinus függvényekből tevődik össze. A hagyományos értelemben vett Fourier-sorfejtés alatt egy adott L^2 -beli függvény $\{e^{inx}, n \in \mathbb{N}\}$ teljes ortonormált bázis szerinti sorfejtését értjük. Ezt a fajta sorfejtést akkor célszerű alkalmazni, ha az adott, akár zajjal terhelt függvény is cos-sin tagokból tevődik össze. A Fourier-transzformáció a Fourier-sorfejtés egy "folytonosított" verziója, ami arról ad információt, hogy egy e^{ivx} tag milyen amplitúdóval van jelen a jelben. Azonban sok esetben a vizsgált idősor nem feltétlenül cos-sin tagokból áll össze és előfordulhat, hogy a Fourier-transzformált félrevezető információkat ad. A Karhunen-Loève-sorfejtés ezt kiküszöbölendő az adatsorra jellemző ún. autokovariancia-operátor sajátfüggvényeit használja teljes ortonormált bázisként. Kísérleti tapasztalatok azt mutatják, hogy sok esetben a KL képes nagyobb zaj mellett is kivenni az eredeti jelet a zajos adatsorból, mint a Fourier-transzformáció.

A hallgató célja elsajátítani a Fourier-transzformáció és a Karhunen-Loève-sorfejtés elméleti alapjait, majd ezen apparátus alkalmazása a SETI idősoraira.

Ajánlott irodalom:

- [1] C. Maccone. The KLT (Karhunen-Loève Transform) to extend SETI searches to broad-and and extremely feeble signals. *Acta Astronautica*, 2010, 67.11:1427-1439
- [2] C. Maccone. *Mathematical SETI*, 2012, Praxis-Springer, Berlin, 2012.

Szak:

8. *Téma: Dynamic Collar Strategies under Solvency II*

Témavezető: Márkus László (közösen a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

Rövid leírás: Equity charges for insurance companies under Solvency II are not only substantial but also linked to a stochastic variable, the so-called symmetric adjustment (SA). The symmetric adjustment varies between +/-10% around standard equity charges of 39% for type 1 equities and 49% for type 2 equities. The SA may not only lead to massive capital charges of up to 49% or 59% but also introduces a source of uncertainty into the financial system as future capital charges become stochastic.

Our intuition tells that in times where equity charges are high due to a positive SA, equity exposure should be lower than in times of negative SA. The aim of this thesis topic is to find trading strategies that exploit this property by achieving long term average returns at lower capital charges.

A way of reducing equity charges is by self financing collar strategies. A "static" collar strategy would keep the put strike in a constant proportion to the equity's price at each rebalancing date and choose the call's strike price to finance the put option. By this, downside risk and thus, equity capital charge would be reduced at the expense of giving up upside participation. In contrast to the above, a dynamic collar strategy would choose the put's strike price as a function of the time dependent symmetric adjustment (published monthly on EIOPA's website and which is calculated by comparing current index level with a moving average level of the index). According to our intuition, such dynamic collar strategies should - in the long run - provide lower average equity capital charges while not changing average portfolio performance significantly compared to a static strategy.

The most simple way of backtesting such dynamic collar strategies is using index options on well known indices. If historical option prices are unknown, you may calculate historical prices with some assumptions on implied volatility and backtest the dynamic collar strategy. The advantage of this method is that for well-known indices, index levels as well as the symmetric adjustments are available (or can be calculated) for over 100 years and that backtests over long periods can be performed.

Note that the results of this thesis have direct practical relevance as the strategy can be easily implemented by some index tracker (ETFs, index funds, index futures etc.) and the corresponding index options.

Goals of the thesis

- Review the Solvency II risk model (pillar 1) with focus on equity charges and symmetric adjustment
- Review and categorize option strategies with focus on self financing collars
- Develop a dynamic collar strategy where the put option's strike is a function of the symmetric adjustment
- Calibrate and backtest this strategy with historical data using a) observed index option prices and b) for long-term studies using calculated option prices
- Apply these strategies to major equity indices (e.g. Eurostoxx, S&P 500, DAX)

Ajánlott irodalom:

- [1] Neftci: Principles of Financial Engineering, 2. Edition, Academic Press, 2008, Chapter 7f
- [2] <https://eiopa.europa.eu/>

- [3] <https://eiopa.europa.eu/activities/insurance/solvency-ii/index.html>
- [4] <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=OJ:L:2015:012:FULL&from=EN>
- [5] <https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/symmetric-adjustment-of-the-equity-capital-charge>
- [6] Ahn, D.-H., Boudoukh, J., Richardson, M. and Whitelaw, R. F. (1999), Optimal Risk Management Using Options. *The Journal of Finance*, 54: 359-375
- [7] Brown, D.-B., Smith J.E.(2011): Dynamic Portfolio Optimization with Transaction Costs: Heuristics and Dual Bounds. *Management Science*, Vol 57, No. 10: 1752-1770
- [8] Shreve, S. E., H. M. Soner. 1994. Optimal investment and consumption with transaction costs. *Ann. Appl. Probab.* 4 (3) 609-692.
- [9] Szado, Kazemi (2008): Collaring the Cube: Protection Options for a QQQ ETF Portfolio. Technical Document.
- [10] Yim, Lee, Yoo, Kim (2011): A Zero-Cost Collar Option Applied to Materials Procurement Contracts to Reduce Price Fluctuation Risks in Construction. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, <http://waset.org/Publication/a-zero-cost-collar-option-applied-to-materials-procurement-contracts-to-reduce-price-fluctuation-risks-in-construction/2482>

Szak: alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

9. *Téma:* **Fixed Income Portfolio Optimization under different risk measures (Jointly supervised with SolvencyAnalytics)**

Témavezető: Michaletzky György (közös a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

Rövid leírás: The standard approach in portfolio optimization on the equity market is the mean-variance optimization theory which was introduced by Markowitz. This theory was directly applicable to the equity market, and became a standard in that area. However, the majority of the world's investments are held in fixed income securities, where the application of this model is not as straightforward as for equities. Therefore a model extension for fixed income securities has been proposed in the literature by including interest rate term structure models into the mean-variance framework. The changes in the last decades in the interest rate levels and volatilities, and pressure from financial regulators are further increasing attention to fixed income portfolio optimization methodologies. As the risk estimation by variance was replaced by other risk measures (VaR, ES, etc.) in the market, the classic mean-variance optimization techniques became outdated.

In the context of Solvency II and the Swiss Solvency Test, VaR and ES are the respective measures assessing quantitative risk. Portfolios that are optimized according to the above risk measures are likely to be treated more favorably under the respective regulations. From a portfolio management point of view, note that most portfolios have investment constraints on ratings, sectors, currency, and other characteristics. Including such constraints into the optimization problem is therefore essential.

Goals of the Thesis

- Formulate the portfolio optimization problem with interest rate term structure models (e.g. Vasicek, HW, HJM)

- Apply different types of risk measures in the optimization
- Analyze the differences and connections between these models and model selection effects on the optimal portfolio
- Perform an empirical study on a bond market
- Implement term structure models and fixed income optimizer in Python or Matlab
- Implement and analyze different bond market constraints (linear constraints on duration, sectors, currencies, regions, etc.)
- If possible, assess the impact of the resulting portfolios under Solvency II (i.e. Solvency Capital Requirement)

Ajánlott irodalom:

- [1] Fabozzi/Mann: The Handbook of Fixed Income Securities. 8th edition, McGraw-Hill, 2011
 - [2] O Korn, C Koziol (2006): Bond Portfolio Optimization: A Risk-Return Approach, The Journal of Fixed Income
 - [3] R. Tyrrell Rockafellar, Stanislav Uryasev (2000): Optimization of conditional value-at-risk, Journal of risk
 - [4] Yasuhiro Yamai, Toshinao Yoshiba (2002): Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk: Their Estimation Error, Decomposition, and Optimization, Monetary and economic studies
 - [5] Jessica James, Nick Webber (2000): Interest Rate Modelling, John Wiley and Sons
 - [6] Mark Fisher, Douglas Nychka, David Zervos (1994): Fitting the term structure of interest rates with smoothing splines, FEDS 95-1
 - [7] Jerry Yi Xiao (2001): Term Structure Estimations for U.S. Corporate Bond Yields. RiskMetrics Journal 2(1)
 - [8] Brigo/Mercurio: Interest Rate Models - Theory and Practice. Springer Finance, 2006
- Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

10. **Téma: VaR and ES Optimization of multi-asset-class ETF portfolios under regulatory constraints (Jointly supervised with SolvencyAnalytics)**

Témavezető: Michaletzky György (közös a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

Rövid leírás: As the regulatory pressure grows, models which are able to consider the new definitions of risk, and procedures which can handle the related constraints and limits became increasingly important to financial market participants. To handle portfolio construction problems, the Markowitz type mean-variance optimization method is one of the key analytical tools worldwide. However, by the evolution of risk measures the classic theory became outdated and the extension of the model became inevitable. Today the two most important risk measures accepted and applied by regulations are Value at Risk and Expected Shortfall.

The aim of this thesis topic is to include the above mentioned risk measures in portfolios of Exchange Traded Funds (ETFs). ETFs have been an increasingly popular investment vehicles in the last 20 years, mainly due to their broad diversification, low costs and simple tradability. A portfolio of ETFs benefits from these funds' favourable characteristics while diversifying into different asset classes.

For Solvency II regulated investors a portfolio that is optimized towards VaR or ES is likely to be attractive. Consider investment constraints e.g. on asset classes in the optimization framework and if possible, include Solvency II related aspects such as the various market Solvency Capital Requirements and the equity symmetric adjustment.

Goals of the Thesis

- Formulate the portfolio optimization problem with different risk measures, wherever needed introduce approximation methodologies
- Analyze the set of efficient portfolios under different assumptions on return distribution
- Analyze changes in the efficient frontiers invoked by the different model variations
- Perform an empirical study on ETF markets
- Analyze the differences and connections between these models and model selection effects on the optimal portfolio results
- Implement optimizer in Python or Matlab
- Introduce Solvency II related aspects (e.g. Solvency Capital Requirement and symmetric adjustment)

Ajánlott irodalom:

- [1] R. Tyrrell Rockafellar, Stanislav Uryasev (2000): Optimization of conditional value-at-risk, Journal of risk
- [2] Yasuhiro Yamai, Toshinao Yoshida (2002): Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk: Their Estimation Error, Decomposition, and Optimization, Monetary and economic studies
- [3] Pavlo Krokmal, Jonas Palmquist, Stanislav Uryasev (2001): Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints, Journal of risk
- [4] Dimitris Bertsimas, Geoffrey J. Laupreteb, Alexander Samarovc (2004): Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications, Journal of Economic Dynamics and Control

Szak: alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

11. *Téma: Atlasz modell*

Témavezető: Prokaj Vilmos

Rövid leírás: A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése.

Ajánlott irodalom:

- [1] Ichiba T, Papathanakos V, Banner A, Karatzas I and Fernholz R (2011), "Hybrid Atlas models", Ann. Appl. Probab.. Vol. 21(2), pp. 609-644.
- [2] Banner AD, Fernholz R and Karatzas I (2005), "Atlas models of equity markets", Ann. Appl. Probab.. Vol. 15(4), pp. 2296-2330.
- [3] Fernholz R (2001), "Equity portfolios generated by functions of ranked market weights", Finance Stoch.. Vol. 5(4), pp. 469-486.

Szak: biztosítási és pénzügyi matematika MSc

12. *Téma: Érzékenységszámítás Malliavin kalkulussal*

Témavezető: Prokaj Vilmos

Rövid leírás: Egy származtatott termék árának függése a különböző modell paramétereiktől fontos mennyiség a pénzügyi matematikában. Ezeknek az érzékenységeknek a számítása a

legegyszerűbb modellektől eltekintve Monte-Carlo módszerekkel történik. A naív numerikus deriválás helyett bizonyos modellekben lehet ügyesebben is számolni. A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése. Lehetőség van a megismert módszerek implementálására, hatékonyságuk numerikus vizsgálatára.

Ajánlott irodalom:

- [1] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., and Lions, P.-L. (2001). Applications of Malliavin calculus to Monte-Carlo methods in finance. II. *Finance Stoch.*, 5(2):201–236.
- [2] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., Lions, P.-L., and Touzi, N. (1999). Applications of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in finance. *Finance Stoch.*, 3(4):391–412.

Szak: biztosítási és pénzügyi matematika

13. *Téma:* **Bennfentes információ modellezése filtrációbővítéssel**

Témavezető: Prokaj Vilmos

Rövid leírás: Matematikailag a bennfentes információt, azaz az árfolyam alakulására vonatkozó plusz információt, filtráció bővítéssel lehet modellezni. A filtráció bővítésével az árfolyamat szemimartingál felbontása megváltozhat. Ennek eredményeként bennfentes kereskedő által elérhető utility magasabb lehet, mint a közönséges befektető által elérhető. Bizonyos esetben, de nem mindig, arbitrázs lehetőség is kialakulhat.

A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése, az árfolyamat felbontásának kiszámítása egyszerűmodellekben, ill. bizonyos típusú bővítések esetében.

Ajánlott irodalom:

- [1] Amendinger, J., Imkeller, P., and Schweizer, M. (1998). Additional logarithmic utility of an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 75(2):263–286.
- [2] Imkeller, P., Pontier, M., and Weisz, F. (2001). Free lunch and arbitrage possibilities in a financial market model with an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 92(1):103–130.
- [3] Imkeller, P. (2003). Malliavin’s calculus in insider models: additional utility and free lunches. *Math. Finance*, 13(1):153–169. Conference on Applications of Malliavin Calculus in Finance (Rocquencourt, 2001).

Szak: biztosítási és pénzügyi matematika

14. *Téma:* **Convertible Bond Pricing under Solvency II and the Swiss Solvency Test**

Témavezető: Prokaj Vilmos (közösen a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

Rövid leírás: Convertible Bonds are corporate bonds with an embedded option to convert into a predefined number of company shares. Consequently, the convertible bond is priced similarly as a corporate bond if the equity price is low (i.e. significantly below conversion price). However, if equity price is significantly above conversion price the convertible bond is likely to be converted and its price behaviour is similar to the underlying shares.

The application of convertible bond pricing models to Solvency II is at the core of this thesis.

Relevancy for Solvency II

Convertible bonds are a hybrid asset class between corporate bonds and equities. They are characterized by a so-called convex payoff profile: a convertible bond’s price reacts more to positive equity shocks than to negative shocks of equal absolute size.

As Solvency II uses Value-at-Risk and expected shortfall as risk measures instead of volatility, financial instruments with convex payoffs are likely to benefit under these regulatory regimes. In order to demonstrate the impact of this complex asset class on an insurance company's solvency coverage ratio, the applied asset pricing model has to be able to incorporate specific risk factors. These are the shocks defined in the market risk module of Solvency II.

Note that asset pricing models that tend to produce "conservative" results may be favoured from regulatory perspective.

Goals of the Thesis:

- Literature review of different convertible bond models
- Review of main Solvency II market risk factors
- Implementation of convertible bond pricing functions in Python
- Compare these with empirical data - and if possible, adjust models to produce conservative results (rather underpricing than overpricing under negative shocks)

Ajánlott irodalom:

- [1] Balazs Mezöfi, Convertible Bond Pricing - An Empirical Study for Solvency II, Master Thesis paper, Corvinus University / ELTE, 2015
- [2] Jan De Spiegeleer, Wim Schoutens and Philippe Jabre: The Handbook of Convertible Bonds: Pricing, Strategies and Risk Management. Wiley 2011
- [3] Daniel Niedermayer: Convertible Bonds - Fundamentals, Asset Allocation, Solvency. Credit Suisse 2014. https://www.credit-suisse.com/asset_management/downloads/marketing/wp_broschuere_convertibles_eng.pdf
- [4] Bardhan, I.–Bergier, A.–Derman, E.–Dosembet, C.–Kani, I. (1994): Valuing Convertible Bonds as Derivatives. Technical Report, Goldman Sachs.
- [5] Batten, J. A.–Khaw, K.–Young, M. R. (2014): Convertible Bond Pricing Models. Journal of Economic Surveys, Vol. 28. No. 5, pp. 775-803.
- [6] Chambers, D. R. – Lu, Q. (2007): A Tree Model for Pricing Convertible Bonds with Equity, Interest Rate, and Default Risk. The Journal of Derivatives, Vol. 14, pp. 25-46.
- [7] Tsiveriotis, K.–Fernandes, C. (1998): Valuing Convertible Bonds with Credit Risk. Journal of Fixed Income, Vol. 8. No. 2, pp. 95-102.
- [8] Zabolotnyuk, Y.–Jones, R.–Veld, C. (2010): An Empirical Comparison of Convertible Bond Valuation Models. Financial Management, Vol. 39. No. 2, pp. 675-706.

Szak: alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi Matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

15. **Téma: Modern statisztikai módszerek, alkalmazások**

Témavezető: Pröhle Tamás

Rövid leírás: A jelentkező hallgatók érdeklődésének megfelelő, szabadon választott statisztikai téma

Ajánlott irodalom: Tipikusan angol nyelvű cikkek

Szak: alkalmazott matematikus

16. **Téma: Solvency II Market Risk: Does the Calibration of the Standard Formula still hold? (Jointly supervised with SolvencyAnalytics)**

Témavezető: Zempléni András (közösen a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

Rövid leírás: Thesis topic: Solvency II requires assets' and liabilities' valuation under market scenarios defined in the market risk module. By applying these scenarios on an insurance company's balance sheet, the solvency capital requirement (SCR) and eventually, an insurer's solvency coverage ratio can be calculated. With over 4000 companies with over 7tr EUR assets the regulatory model's calibration has a key practical relevance.

Clearly, the market risk scenarios defined in the Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 describe some average figures and are calibrated on some underlying data sample. Some information on the calibration is given in the paper "The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation (July 2014)" published by EIOPA. As an example, the interest rate risk calibration has been conducted as follows (see page 14f): "The calibration of the interest rate shocks in the standard formula are based on the relative changes of the term structure of interest rates using the following 4 datasets: EUR government zero coupon term structures (1997 to 2009), GBP government zero coupon term structures (1979 to 2009), and both Euro and GBP LIBOR/swap rates (1997 to 2009). For each of the four individual datasets, stress factors were assessed through a Principal Component Analysis (PCA), according to their maturity."

Details of this statistics as well as further analyses would be highly relevant. These include:

- statistics of the shocks (i.e on the dispersion)
- sensitivity to the choice of the estimation time window
- how would shocks look like if they were calibrated at different years as well as with current data

Moreover, using a sample insurance's balance sheet data provided by SolvencyAnalytics, show the impact of the different calibrations on this company's solvency coverage ratio.

Goals of the thesis:

- Review on Solvency II market risk framework
- Review of statistical models used for Solvency II calibration and of alternative models
- Implement the basic Solvency II framework in Python (some help may be provided by SolvencyAnalytics)
- Show the sensitivity of the Solvency II shock calibration to underlying data
- Show the sensitivity of a sample insurance company's solvency coverage ratio to the choice of the underlying data

Ajánlott irodalom:

- [1] EIOPA: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 (esp. pages 104f)
<http://eur-lex.europa.eu/legalcontent/EN/TXT/PDF/?uri=OJ:L:2015:012:FULL&from=EN>
- [2] EIOPA: The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation (July 2014)
https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14322_Underlying_Assumptions.pdf
- [3] <https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/>

CEIOPS-L2Advice-Market-risk-calibration.pdf

[4] <https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPSCalibration-paper-Solvency-II.pdf>

[5] http://www.cequra.uni-muenchen.de/download/cequra_wp_041.pdf

[6] <http://arxiv.org/pdf/1506.04125v1.pdf>

Szak: alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)